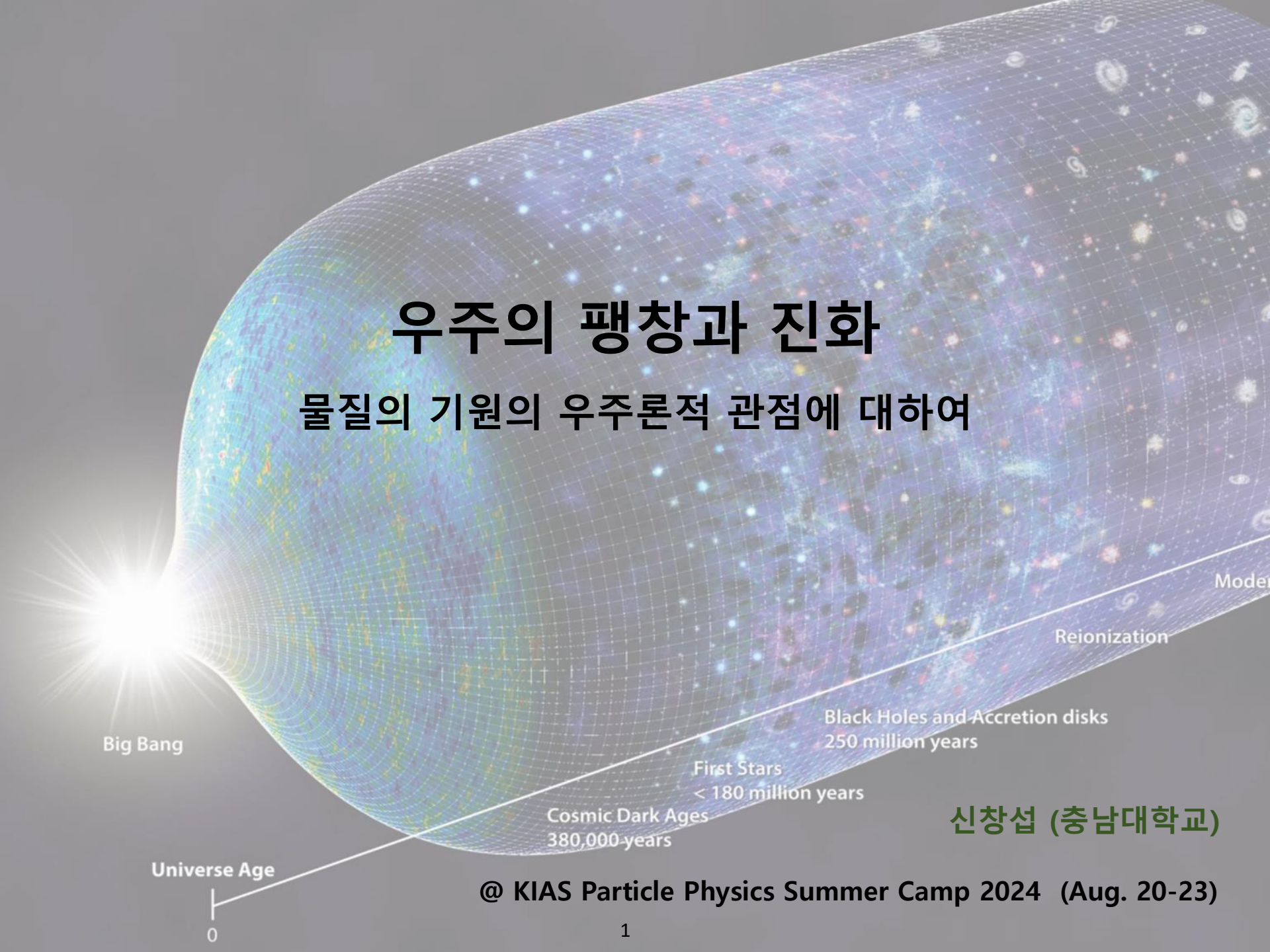


우주의 팽창과 진화

물질의 기원의 우주론적 관점에 대하여

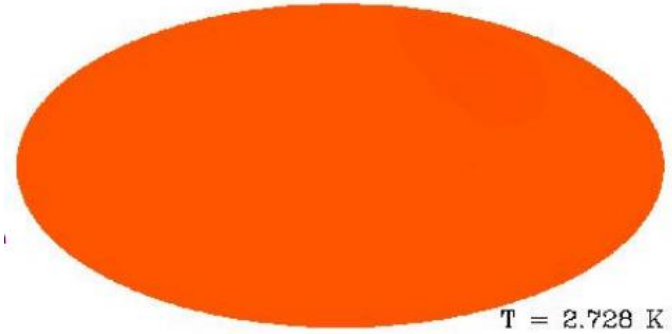
신창섭 (충남대학교)

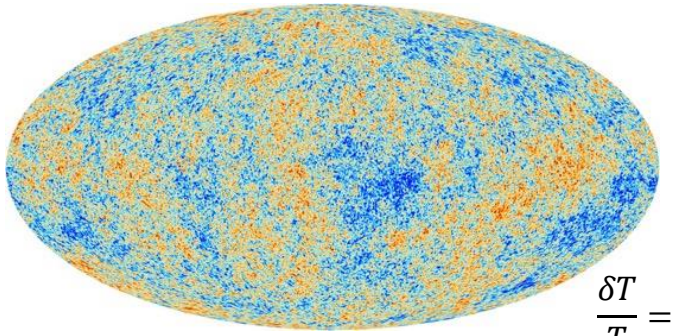
@ KIAS Particle Physics Summer Camp 2024 (Aug. 20-23)

표준 우주론

현재 정립된 표준 우주론은 초기 인플레이션에 의해서 현재 구조를 형성하는 씨앗이 마련되어 거의 균일하고 등방적인 뜨거운 우주에서 출발한 것으로 시작한다. 우주가 팽창하고 식어가면서 각 시기마다 팽창율이 달라지고, 구조가 형성되는데 관측 결과는 현재 우주가 표준모형의 입자들, 암흑물질, 그리고 암흑에너지가 각각 5%, 27% 68% 정도를 차지한다고 하면 잘 설명될 수 있다.

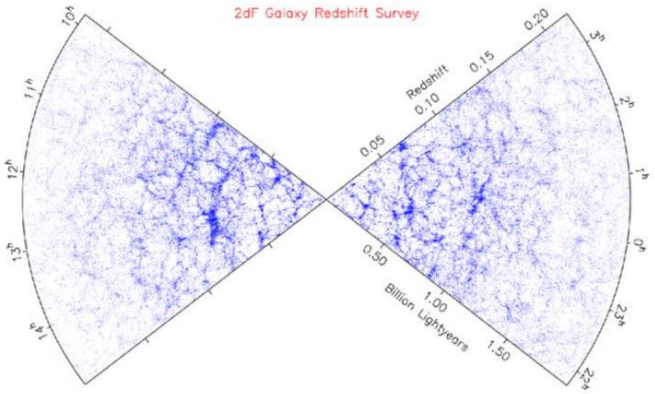
Cosmic Microwave Background



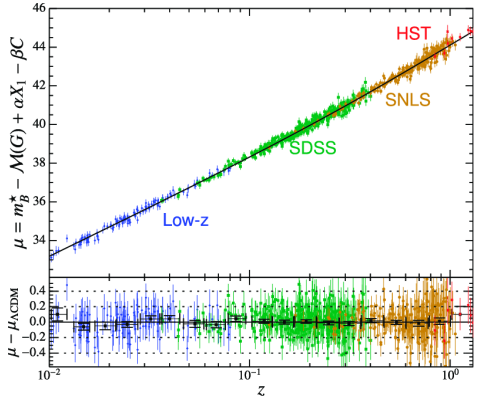


$$\frac{\delta T}{T} = O\left(10^{-5}\right)$$

Large Scale Structure of the Universe



Expansion of the present Universe



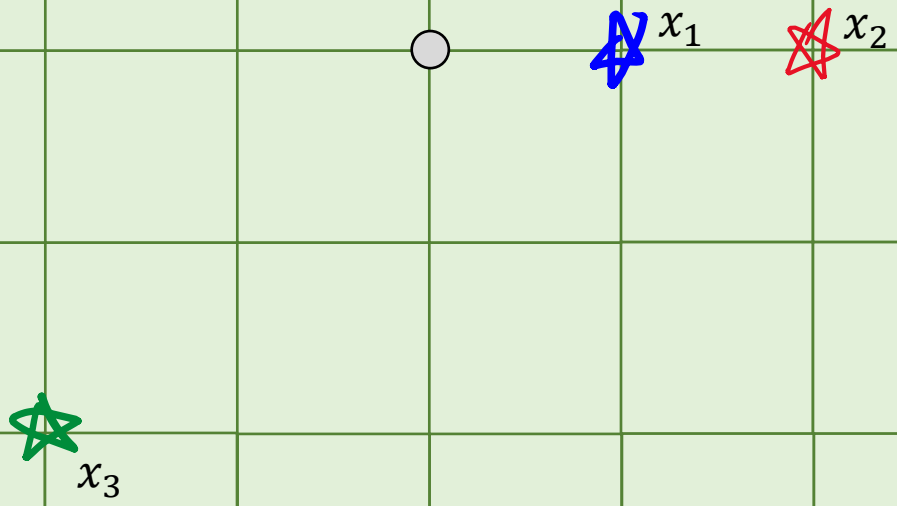
표준 우주론

현재 정립된 표준 우주론은 초기 인플레이션에 의해서 현재 구조를 형성하는 씨앗이 마련되어 거의 균일하고 등방적인 뜨거운 우주에서 출발한 것으로 시작한다. 우주가 팽창하고 식어가면서 각 시기마다 팽창율이 달라지고, 구조가 형성되는데 관측 결과는 현재 우주가 표준모형의 입자들, 암흑물질, 그리고 암흑에너지가 각각 5%, 27% 68% 정도를 차지한다고 하면 잘 설명될 수 있다.

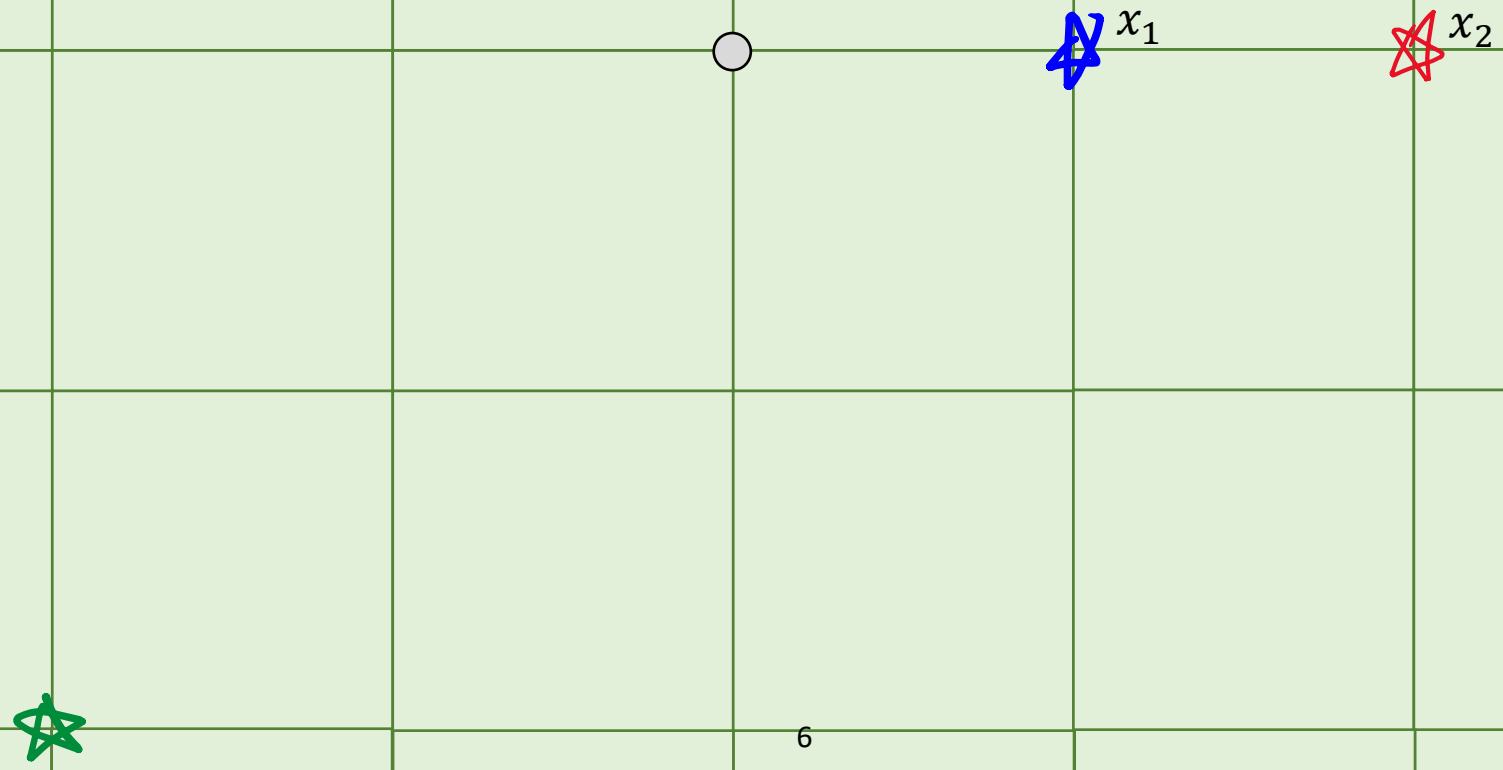
이러한 우주적 스케일에서 균일하고 등방적이며 팽창하는 우주는 시공간이 텅 비어 있는 아무것도 아닌 것이 아닌 동적이면서 진화하는 무엇이라는 것을 함축한다. 이번 강의에서는 이렇게 팽창하는 우주에 대한 기초적인 개념을 배우고 그 의미를 공부해보도록 하자.

우주의 팽창

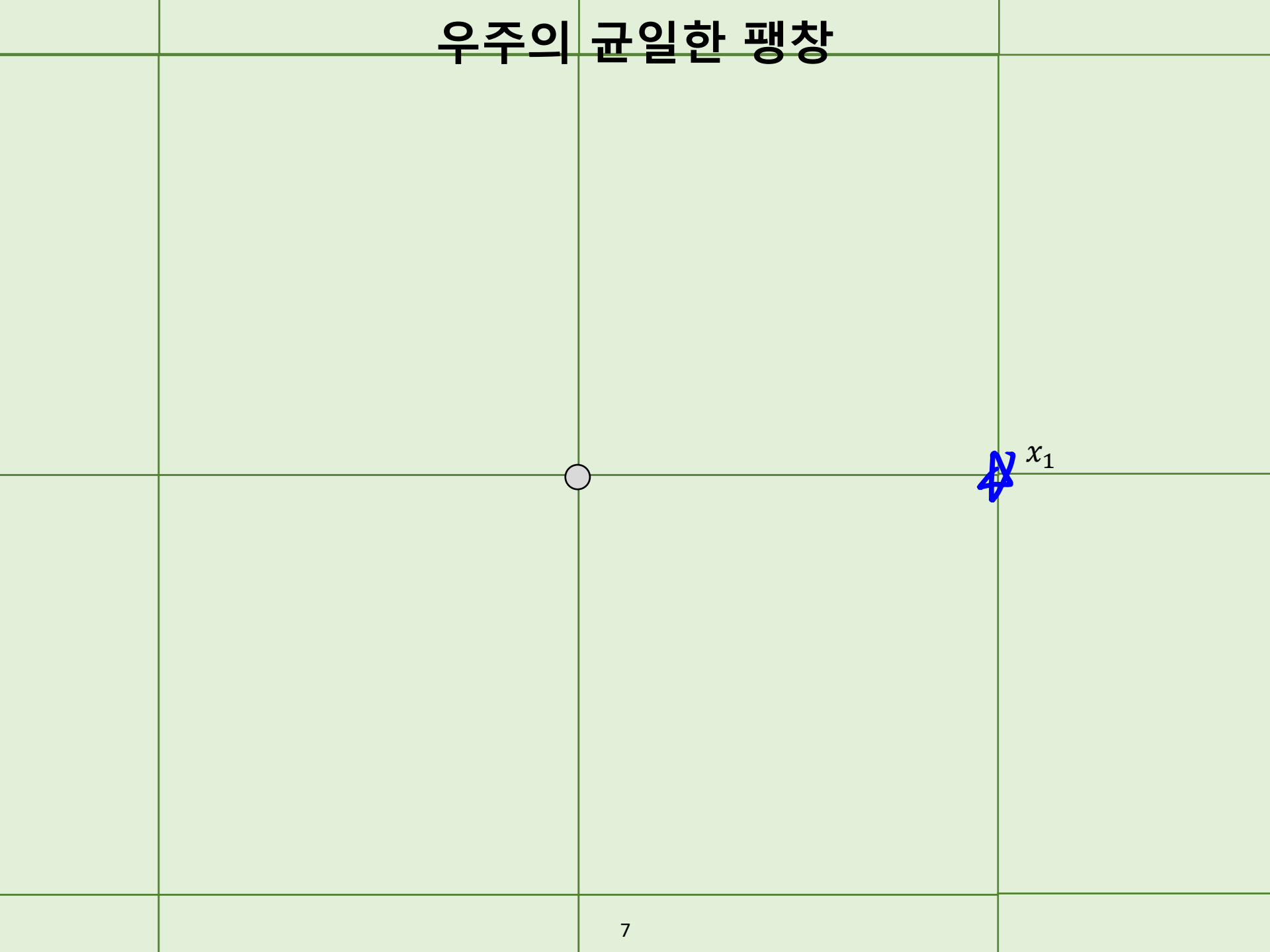
우주의 균일한 팽창



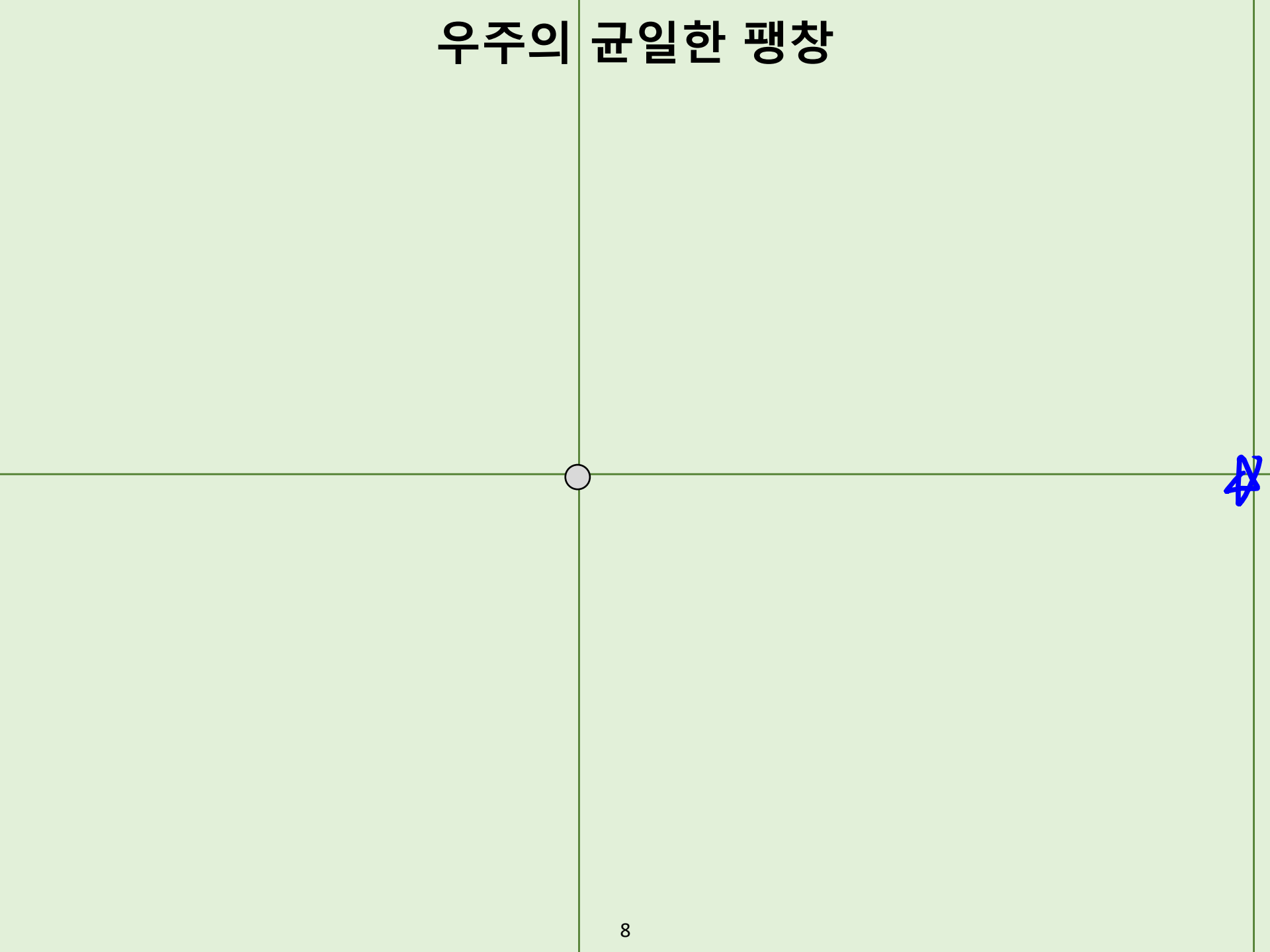
우주의 균일한 팽창



우주의 균일한 팽창

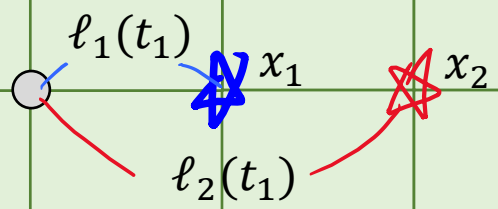


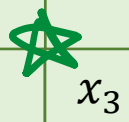
우주의 균일한 팽창



우주의 균일한 팽창

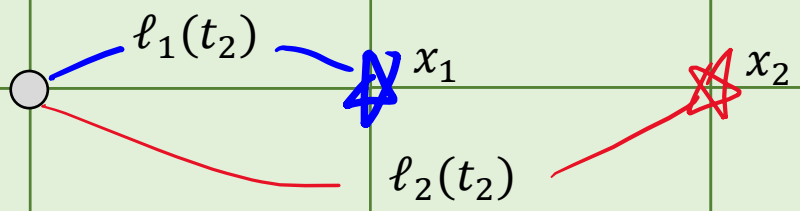
좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_1))$





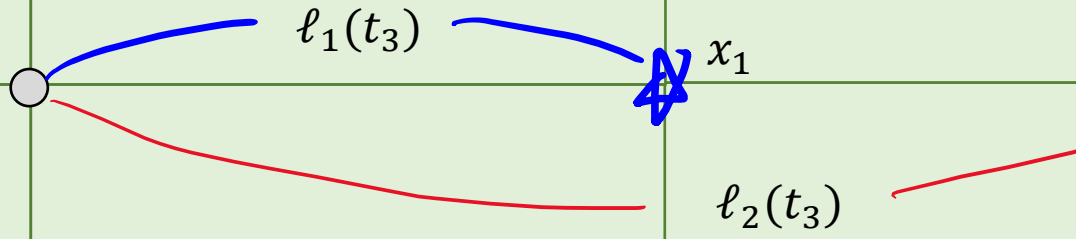
우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_2))$



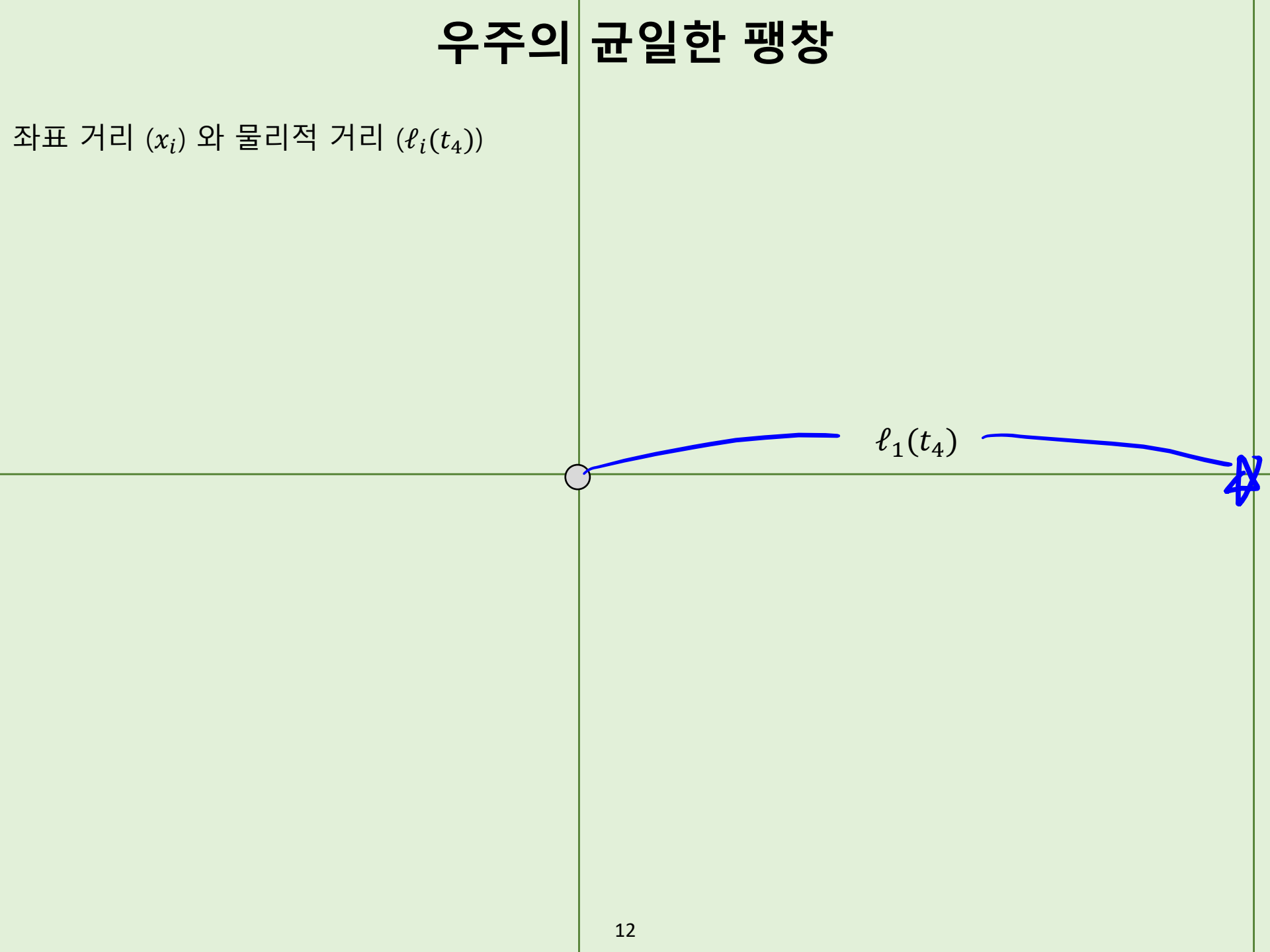
우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_3))$



우주의 균일한 팽창

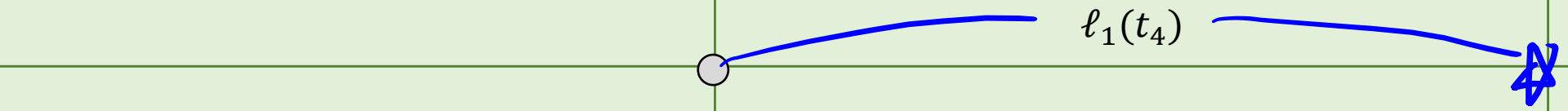
좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_4))$



우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_4))$

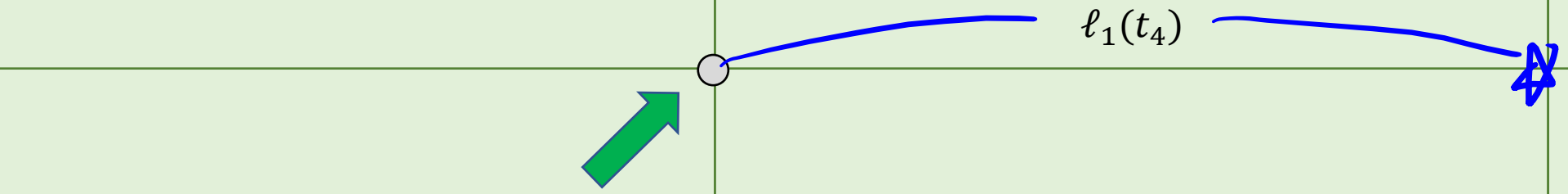
$\ell_i(t) = a(t)\, x_i$: 국소적인 힘에 의해서 좌표를 벗어나는 운동과 구분하여, 우주의 팽창에 의해서 증가하는 물리적 거리를 표현하기 위해 계량(metric)으로써 스케일 팩터 $a(t)$ 을 도입할 수 있다.
(모든 공간이 동등한 팽창율로 팽창하는 경우, 계량은 시간의 함수로만 나타낼 수 있다.)



우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_4))$

$\ell_i(t) = a(t)\, x_i$: 국소적인 힘에 의해서 좌표를 벗어나는 운동과 구분하여, 우주의 팽창에 의해서 증가하는 물리적 거리를 표현하기 위해 계량(metric)으로써 스케일 팩터 $a(t)$ 을 도입할 수 있다.
(모든 공간이 동등한 팽창율로 팽창하는 경우, 계량은 시간의 함수로만 나타낼 수 있다.)

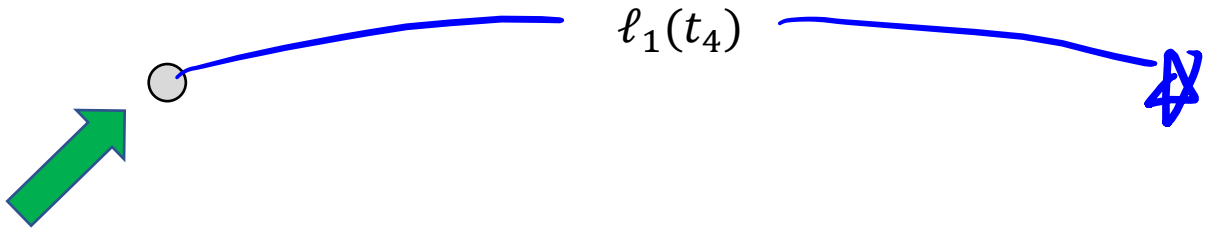


이 점은 내가 위치한 위치일 뿐, 우주적으로 전혀 특별한 점이 아니다.
(즉 별까지 거리의 변화는 별의 직접적인 운동이 아니라 중간에 놓여 있는 공간의 팽창의 결과로 멀어지는 것)

우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_4))$

$\ell_i(t) = a(t)\, x_i$: 국소적인 힘에 의해서 좌표를 벗어나는 운동과 구분하여, 우주의 팽창에 의해서 증가하는 물리적 거리를 표현하기 위해 계량(metric)으로써 스케일 팩터 $a(t)$ 을 도입할 수 있다.
(모든 공간이 동등한 팽창율로 팽창하는 경우, 계량은 시간의 함수로만 나타낼 수 있다.)

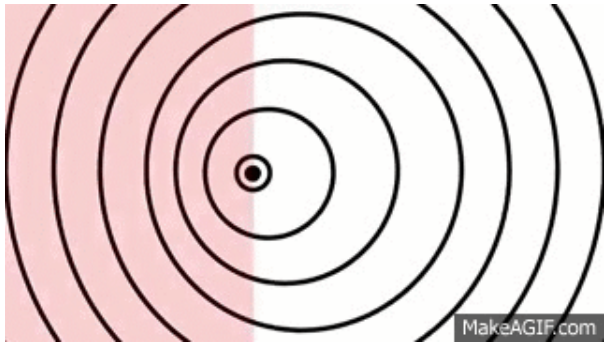


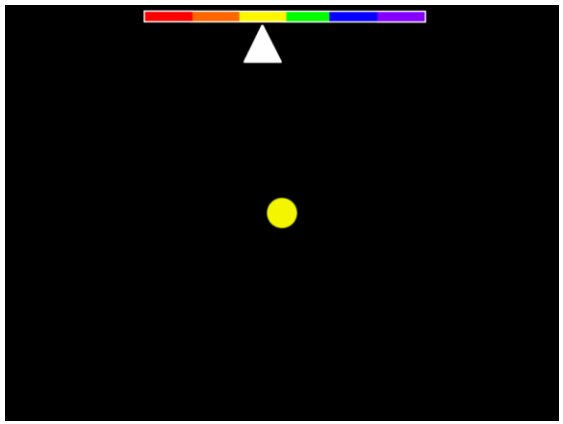
이 점은 내가 위치한 위치일 뿐, 우주적으로 전혀 특별한 점이 아니다.
(즉 별까지 거리의 변화는 별의 직접적인 운동이 아니라 중간에 놓여 있는 공간의 팽창의 결과로 멀어지는 것)

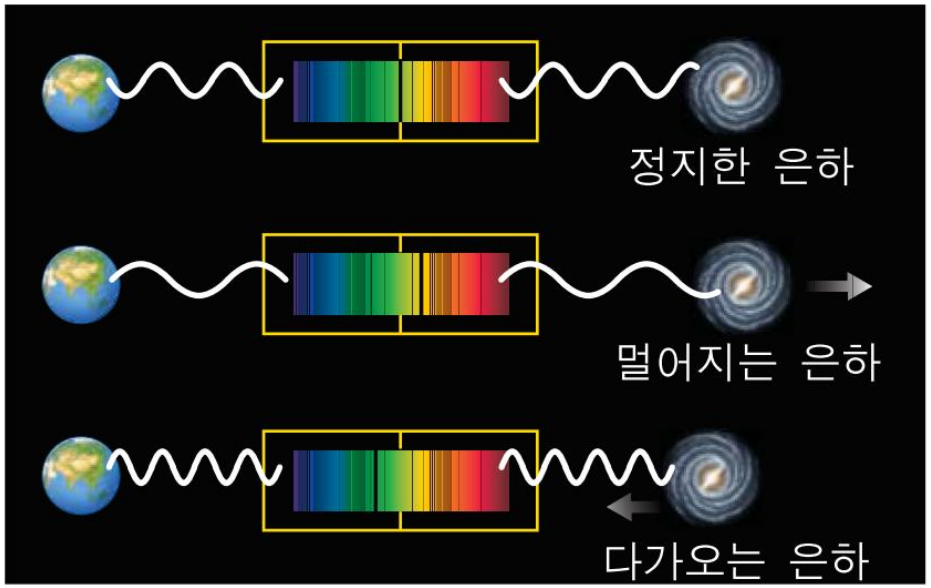
개별적으로 작용하는 물리적 힘의 결과로는 설명하기 어려운 다양한 천체들의 일관된 움직임, 즉 아주 멀리 있는 천체들이 **모두 일관되게 우리로부터 멀어짐을 관찰함으로써**, 우주의 팽창이라는 개념이 이들의 움직임을 설명하는데 매우 적합한 개념임을 알게 된다.

도플러 효과

매우 멀리 떨어져 있는 천체의 움직임은 시간당 실제로 움직이는 변화를 측정하기보다 움직이는 물체로부터 방출되는 빛의 진동수 변화를 통해 간접적으로 측정한다. 아래 그림처럼 멀어지는 천체에서 나오는 빛의 파장은 더 길어지고, 다가오는 천체에서 나오는 빛의 파장은 더 짧아진다. 이렇게 길어지거나 짧아지는 빛의 파장의 정도를 확인하여 천체가 얼마나 빠르게 움직이는지를 확인할 수 있다.

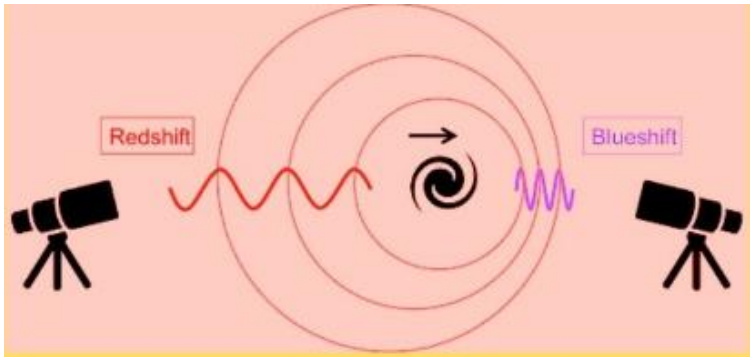


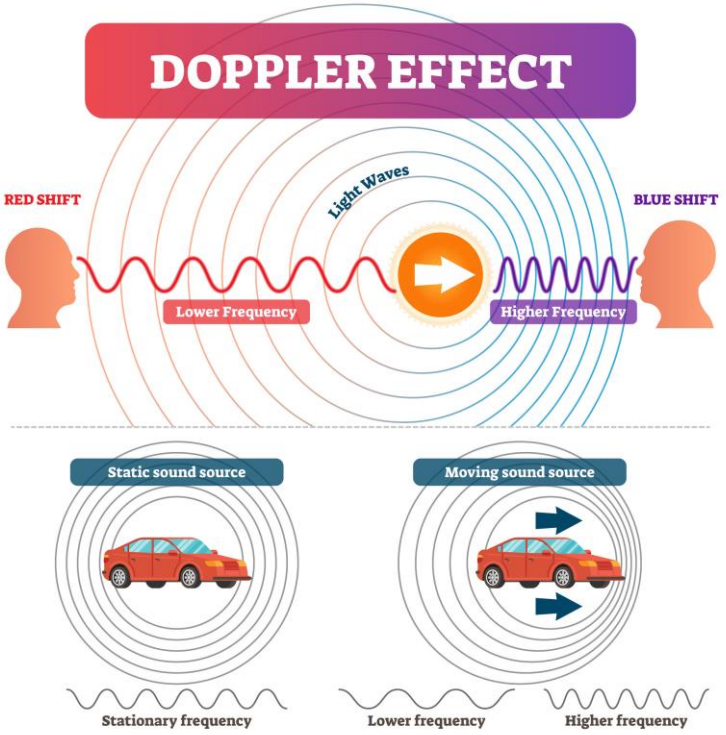




도플러 효과

매우 멀리 떨어져 있는 천체의 움직임은 시간당 실제로 움직이는 변화를 측정하기보다 움직이는 물체로부터 방출되는 빛의 진동수 변화를 통해 간접적으로 측정한다. 아래 그림처럼 멀어지는 천체에서 나오는 빛의 파장은 더 길어지고, 다가오는 천체에서 나오는 빛의 파장은 더 짧아진다. 이렇게 길어지거나 짧아지는 빛의 파장의 정도를 확인하여 천체가 얼마나 빠르게 움직이는지를 확인할 수 있다. 이를 **도플러 효과**라 하는데, 이는 우리가 직접 보지 않더라도 자동차 경적소리의 음이 변화하는 것을 통해 자동차가 멀어지고 있는지 다가오는지 알 수 있는 것과 동일한 원리이다. (물론 빛과 음파에 대한 도플러 효과 공식은 차이가 있다.)





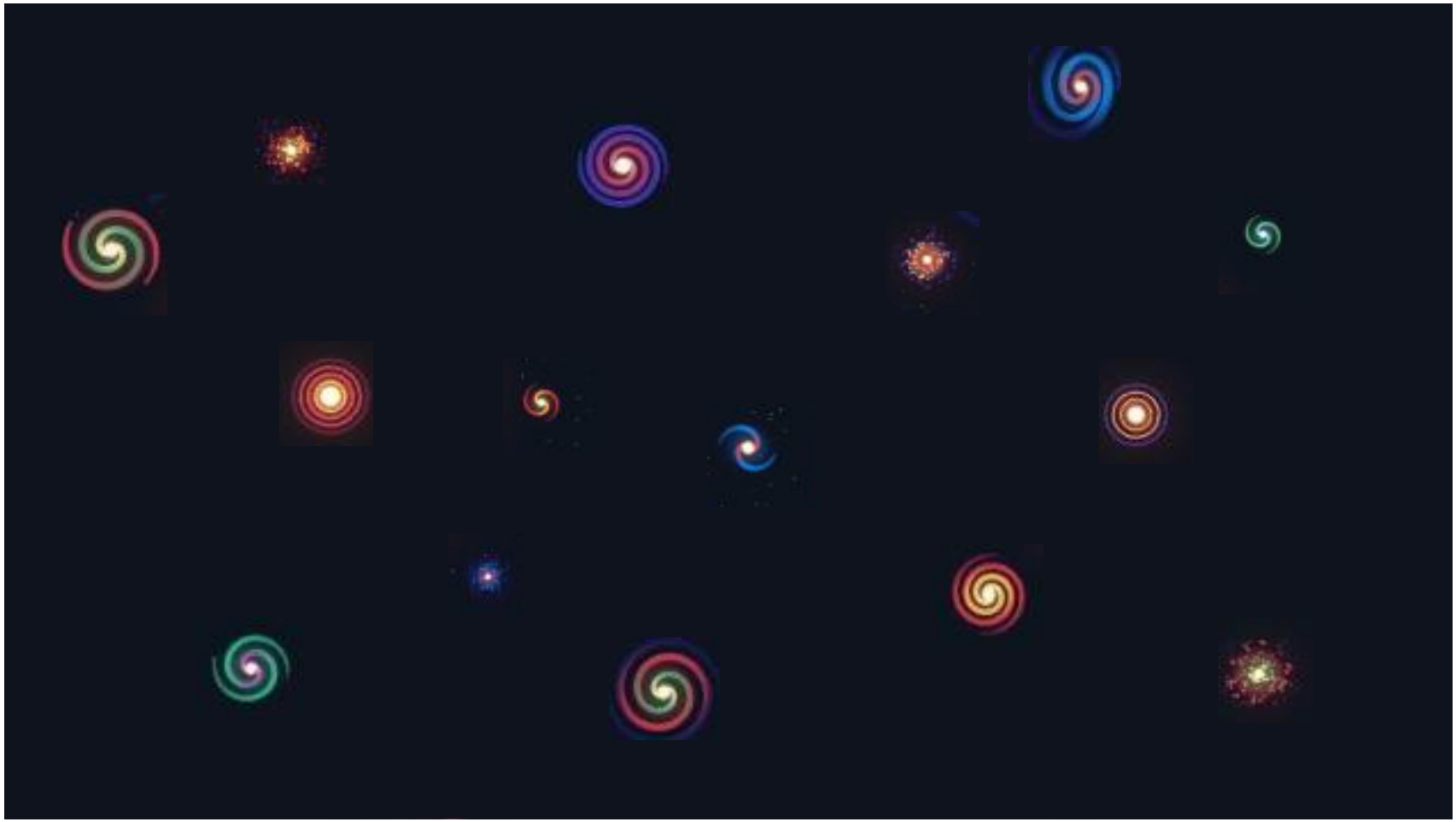
멀어지는 은하들

이렇게 우주에 펼쳐져 있는 수많은 은하들의 속도를 측정했더니 모든 은하들이 서로서로 멀어지고 있고, **멀어지는 속도는 거리에 비례하여 더 빠르다는 것을 발견하게 된다.**



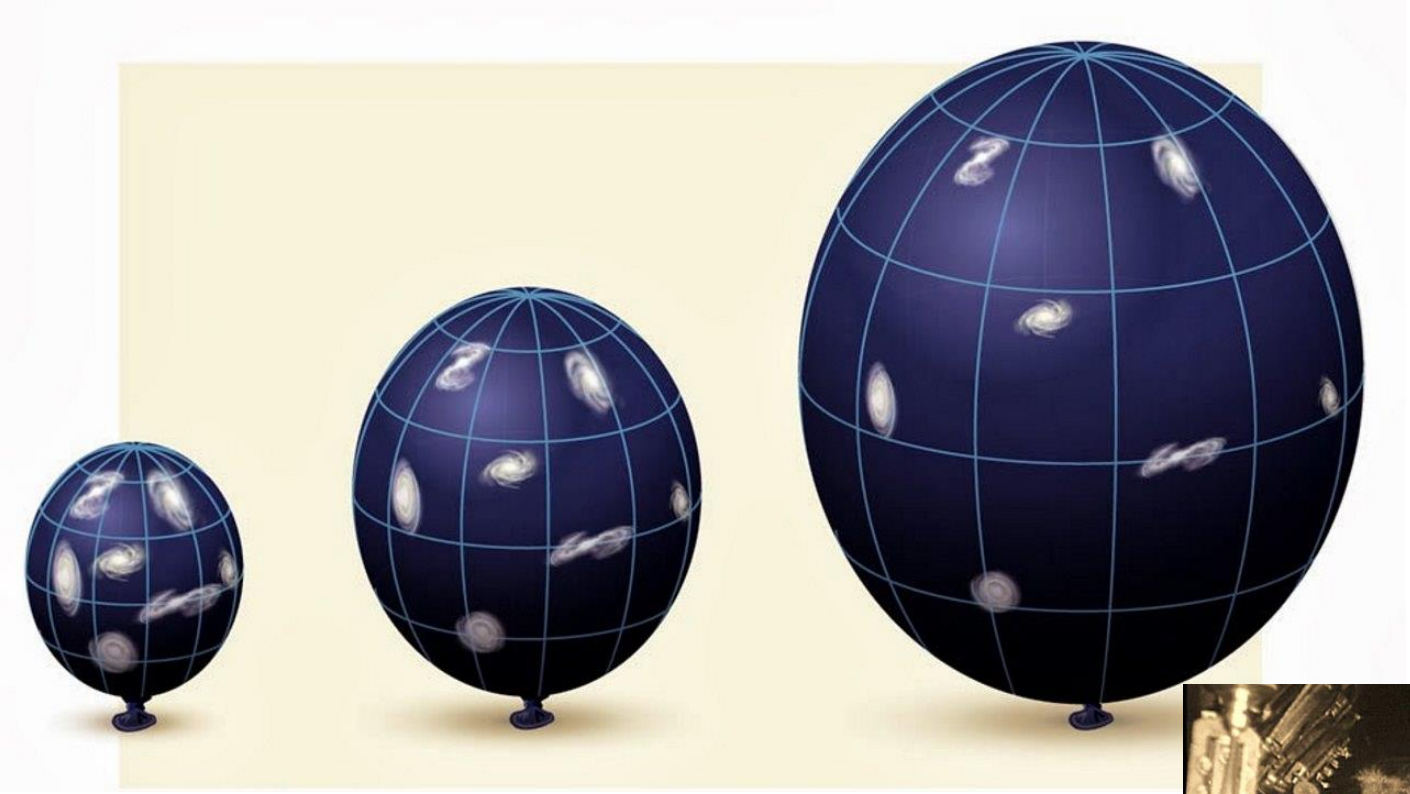
멀어지는 은하들

이렇게 우주에 펼쳐져 있는 수많은 은하들의 속도를 측정했더니 모든 은하들이 서로서로 멀어지고 있고, **멀어지는 속도는 거리에 비례하여 더 빠르다는 것을 발견하게 된다.**



멀어지는 은하들

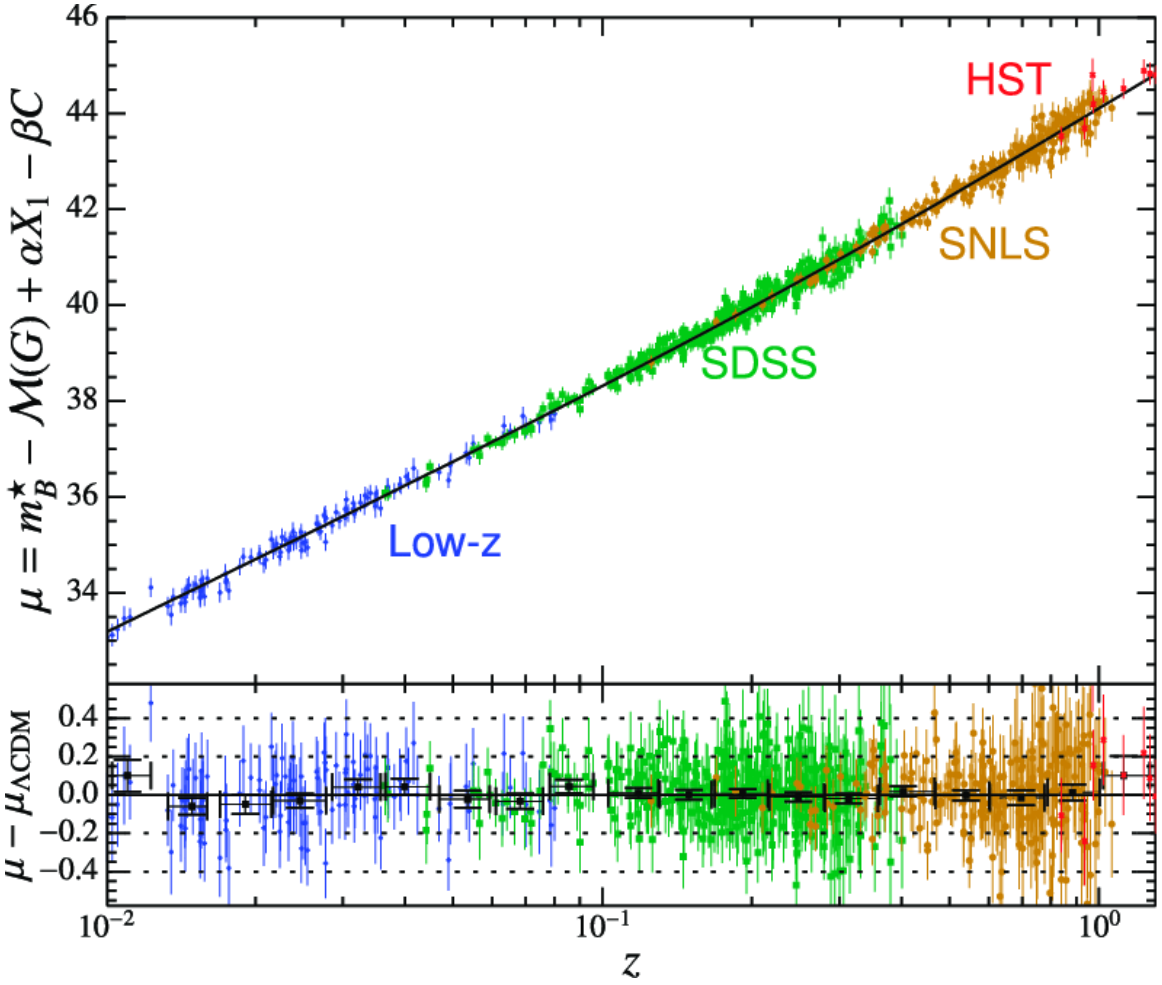
이렇게 우주에 펼쳐져 있는 수많은 은하들의 속도를 측정했더니 모든 은하들이 서로서로 멀어지고 있고, **멀어지는 속도는 거리에 비례하여 더 빠르다는 것을 발견하게 된다.**





멀어지는 은하들

이렇게 우주에 펼쳐져 있는 수많은 은하들의 속도를 측정했더니 모든 은하들이 서로서로 멀어지고 있고, **멀어지는 속도는 거리에 비례하여 더 빠르다는 것을 발견하게 된다.**



$$\ell_i(t) = a(t)\, x_i$$

$$z = \frac{a_{now}}{a_{emit}} - 1$$

$$= \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{emit}} - 1$$

$$= \frac{f_{emit}}{f_{obs}} - 1$$

우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_4))$

$\ell_i(t) = a(t)\, x_i$: 국소적인 힘에 의해서 좌표를 벗어나는 운동과 구분하여, 우주의 팽창에 의해서 증가하는 물리적 거리를 표현하기 위해 계량(metric)으로써 스케일 팩터 $a(t)$ 를 도입한다.
(모든 공간이 동등한 팽창율로 팽창하는 경우, 계량은 시간의 함수로만 나타낼 수 있다.)

순수 우주의 팽창에 의한 물리적 거리의 속도

$$v_i(t) = \dot{\ell}_i(t) = \dot{a}(t)\, x_i = \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right) a(t) x_i \equiv H(t)\ell_i(t) \;\Rightarrow\; v_i(t) \propto \ell_i(t)$$

멀어지는 속도는 거리에 비례하고, 비례상수 $H(t) = \dot{a}(t)/a(t)$ 를 허블 파라미터라 부른다.

$$H_0 = H(t_{\text{now}}) = 100h\ \text{km/s/Mpc} = (68\sim73)\ \text{km/s/Mpc}$$

우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_4))$

$\ell_i(t) = a(t)\, x_i$: 국소적인 힘에 의해서 좌표를 벗어나는 운동과 구분하여, 우주의 팽창에 의해서 증가하는 물리적 거리를 표현하기 위해 계량(metric)으로써 스케일 팩터 $a(t)$ 를 도입한다.
(모든 공간이 동등한 팽창율로 팽창하는 경우, 계량은 시간의 함수로만 나타낼 수 있다.)

순수 우주의 팽창에 의한 물리적 거리의 속도

$$v_i(t) = \dot{\ell}_i(t) = \dot{a}(t)\, x_i = \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right) a(t) x_i \equiv H(t)\ell_i(t) \;\Rightarrow\; v_i(t) \propto \ell_i(t)$$

멀어지는 속도는 거리에 비례하고, 비례상수 $H(t) = \dot{a}(t)/a(t)$ 를 허블 파라미터라 부른다.

$$H_0 = H(t_{\text{now}}) = 100h\ \text{km/s/Mpc} = (68\sim73)\ \text{km/s/Mpc}$$

그럼 우리 주변의 우주 팽창속도는 어떻게 될까? 우리가 알아챌 수 있을 정도일까?

이것을 알기 위해서는 단위에 대한 직관이 필요하다. **원자 물리학에서 주로 쓰는 에너지 단위를 eV (electron volt) 로 표현하듯이, 현재의 우주적 스케일의 현상을 표현하는 단위로 pc (parsec) 이 주로 쓰인다. 해당 길이 단위에 대해서 우선 살펴보자.**

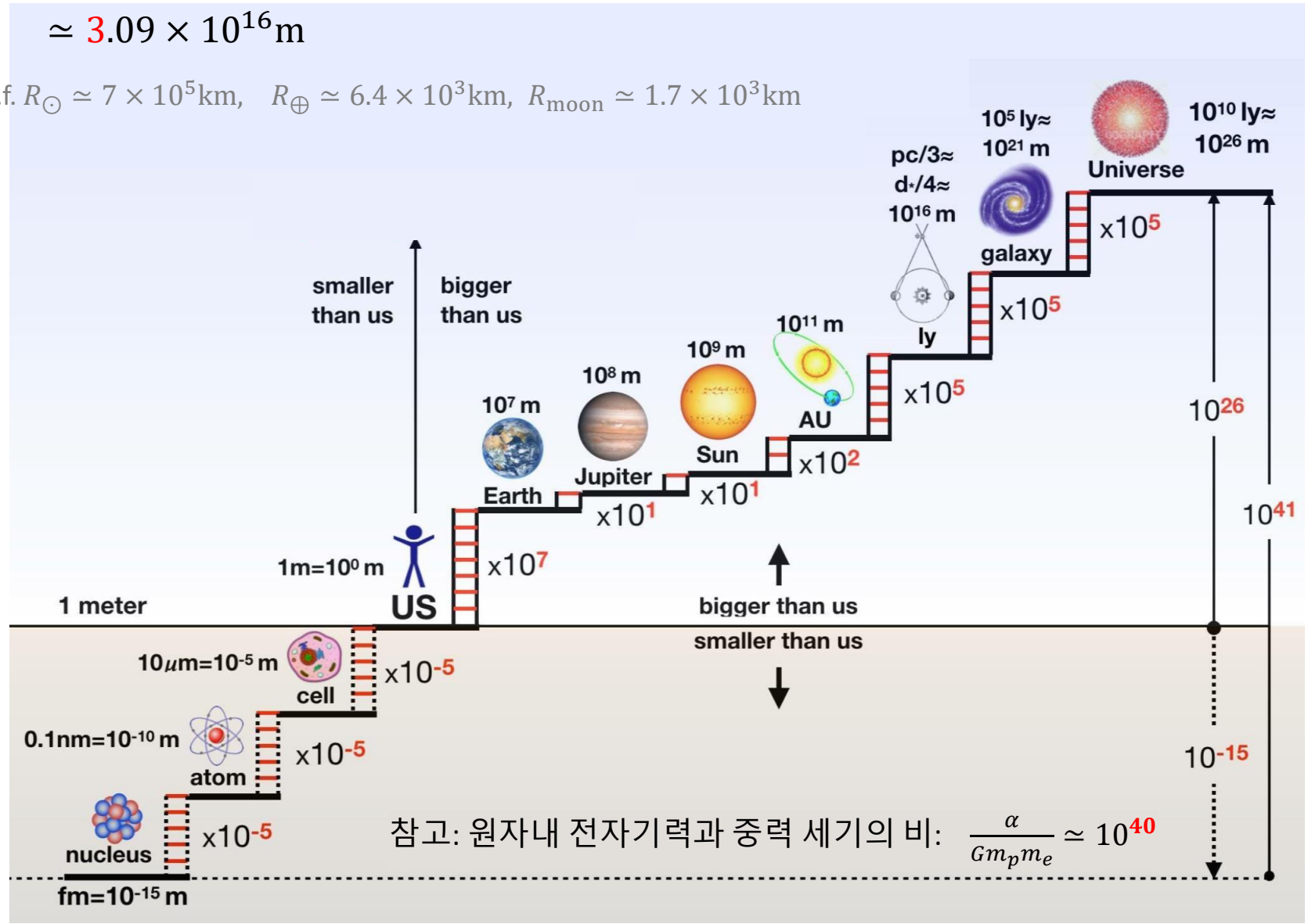
단위 소개

길이 단위 (스케일의 로그적 관점)

$1\text{pc} \simeq 3.26\ \text{ly}\ \ (\text{light years}) = 3.26 \times \left(3.00 \times 10^5 \text{km/sec}\right) \times \left(3.154 \times 10^7 \text{sec}\right)$

$\simeq 3.09 \times 10^{16}\text{m}$

c.f. $R_\odot \simeq 7 \times 10^5\text{km}, \quad R_\oplus \simeq 6.4 \times 10^3\text{km}, \ R_{\text{moon}} \simeq 1.7 \times 10^3\text{km}$



참고: 원자내 전자기력과 중력 세기의 비: $\dfrac{\alpha}{Gm_p m_e} \simeq 10^{40}$

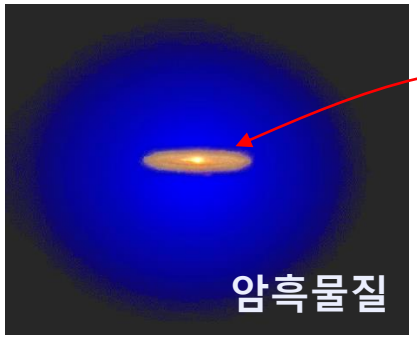
우주의 스케일

우주에서 일어나는 현상은 매우 다양하고 원인도 제각각 이지만 우주의 평균적이고 통계적인 진화 현상을 이해하기 위해서는 수많은 별들과 은하들의 분포 등에 남겨진 정보를 살펴봐야 한다.

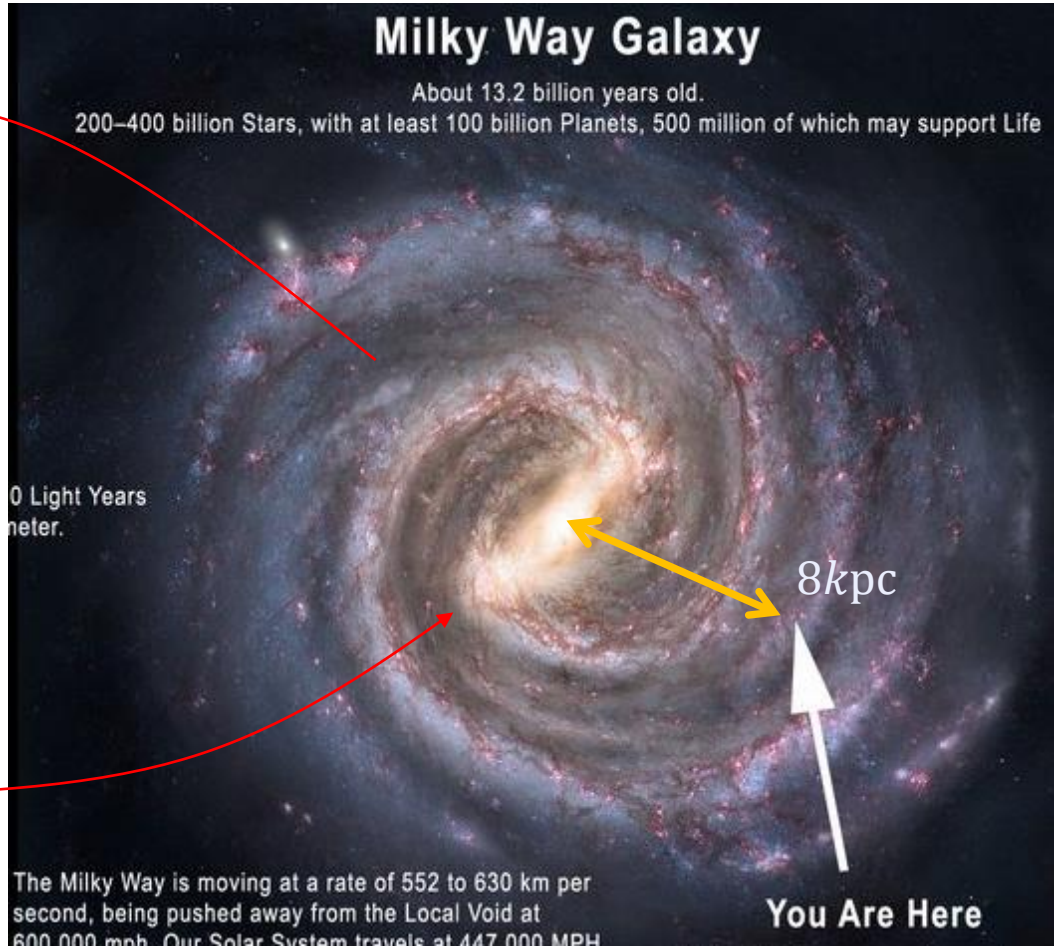


우주의 스케일

우주에서 일어나는 현상은 매우 다양하고 원인도 제각각 이지만 우주의 평균적이고 통계적인 진화 현상을 이해하기 위해서는 수많은 별들과 은하들의 분포 등에 남겨진 정보를 살펴봐야 한다.





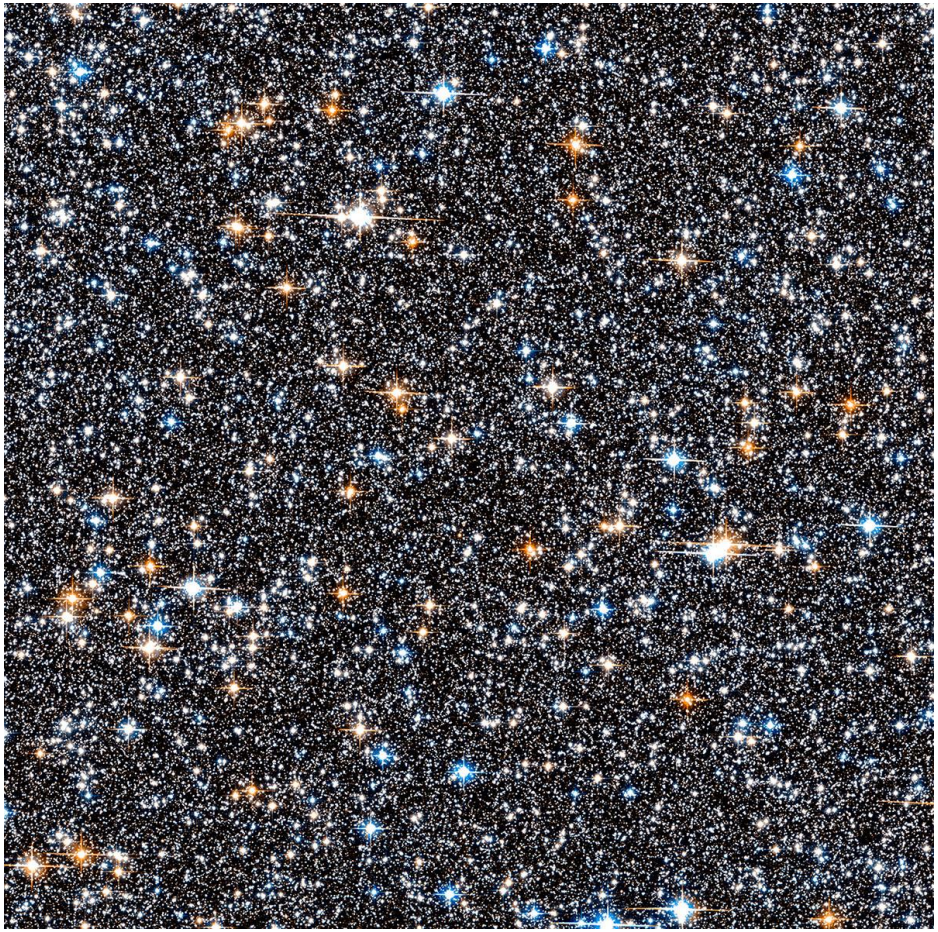


우주의 스케일

우주에서 일어나는 현상은 매우 다양하고 원인도 제각각 이지만 우주의 평균적이고 통계적인 진화 현상을 이해하기 위해서는 수많은 별들과 은하들의 분포 등에 남겨진 정보를 살펴봐야 한다.

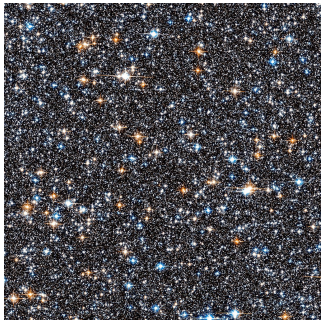


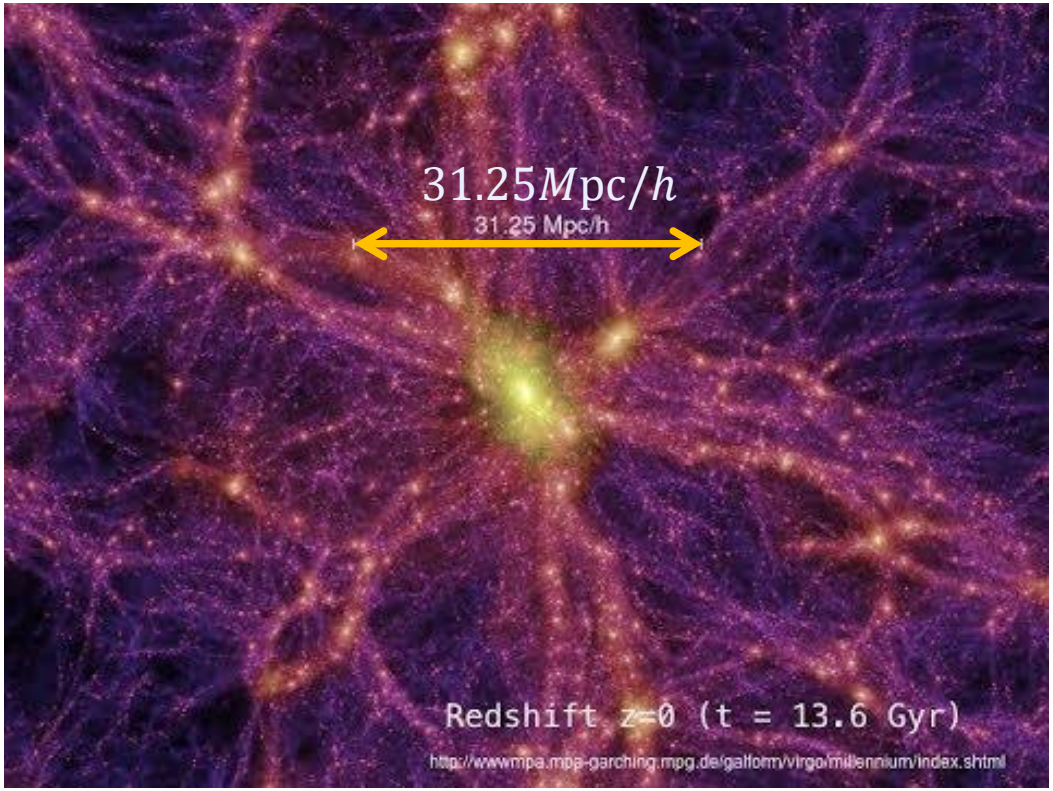


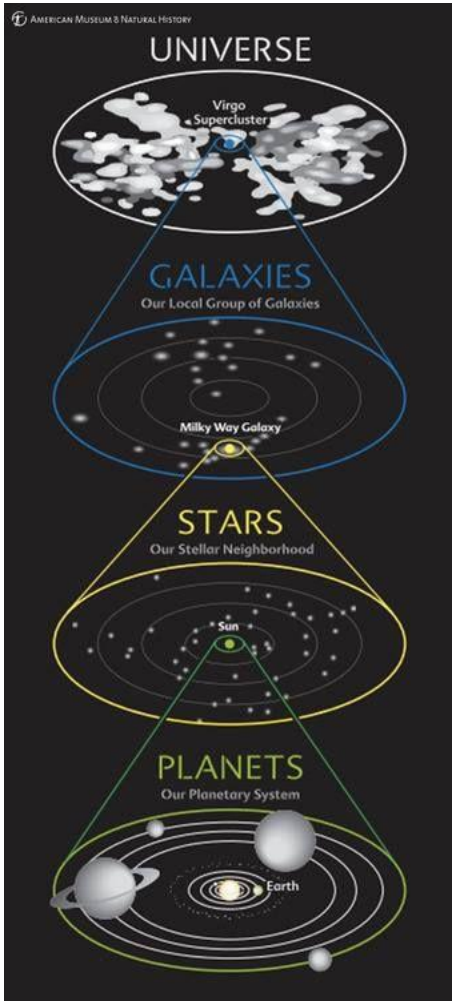


우주의 스케일

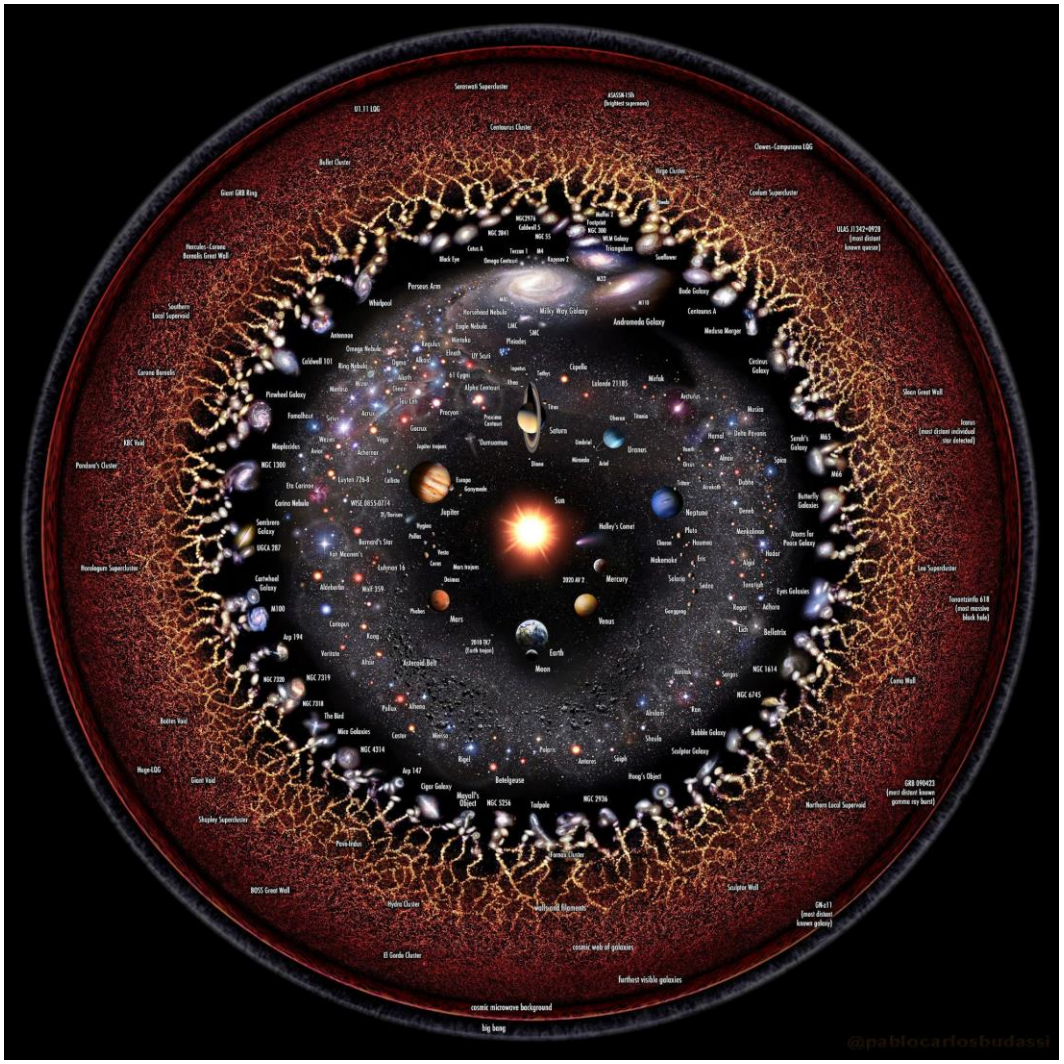
우주에서 일어나는 현상은 매우 다양하고 원인도 제각각 이지만 우주의 평균적이고 통계적인 진화 현상을 이해하기 위해서는 수많은 별들과 은하들의 분포 등에 남겨진 정보를 살펴봐야 한다.

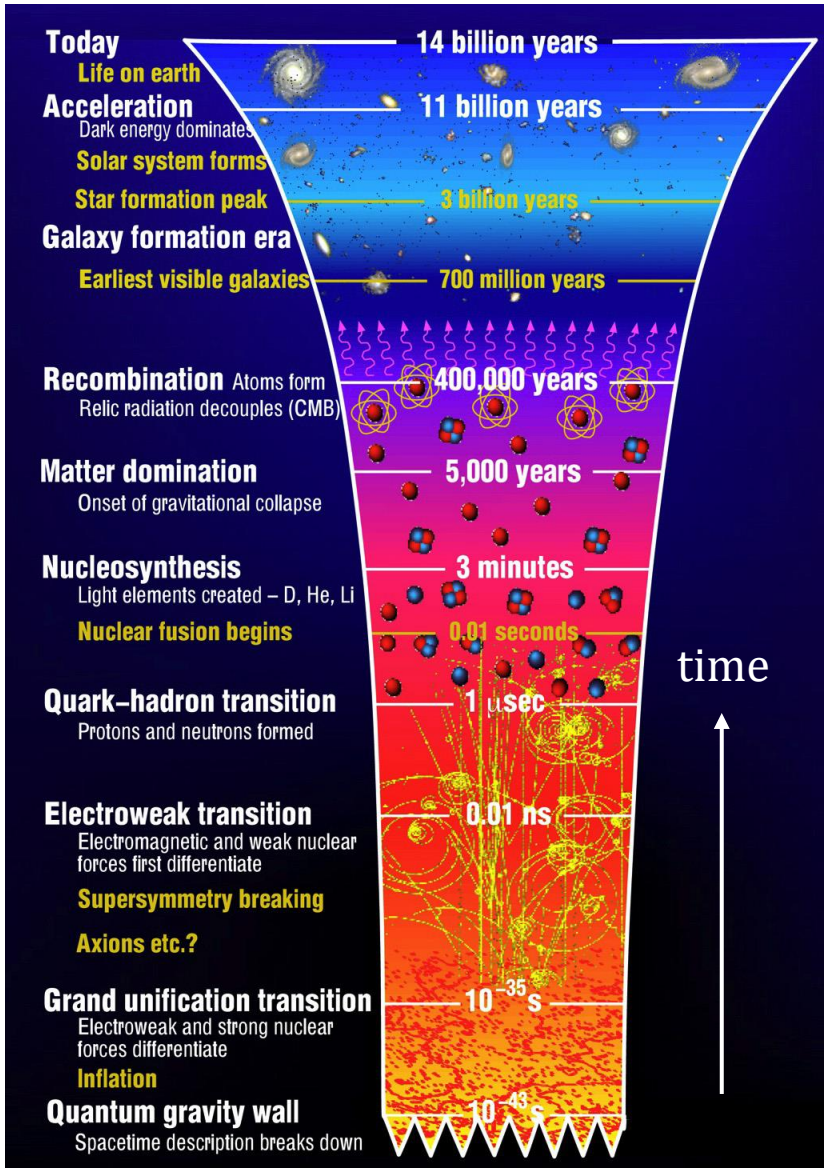






우주의 시공간적 스케일


@pablocarlosbudassi


Today
14 billion years
Life on earth
Acceleration
11 billion years
Dark energy dominates
Solar system forms
Star formation peak
3 billion years
Galaxy formation era
Earliest visible galaxies
700 million years
Recombination Atoms form
400,000 years
Relic radiation decouples (CMB)
Matter domination
5,000 years
Onset of gravitational collapse
Nucleosynthesis
3 minutes
Light elements created – D, He, Li
Nuclear fusion begins
0.01 seconds
time
Quark–hadron transition
1 μsec
Protons and neutrons formed
Electroweak transition
0.01 ns
Electromagnetic and weak nuclear forces first differentiate
Supersymmetry breaking
Axions etc.?
Grand unification transition
10 -35 s
Electroweak and strong nuclear forces differentiate
Inflation
Quantum gravity wall
10 -43 s
Spacetime description breaks down

우주 팽창의 기원과 시공간의 동역학

우주의 균일한 팽창

좌표 거리 (x_i) 와 물리적 거리 $(\ell_i(t_4))$

$\ell_i(t) = a(t)\, x_i$: 국소적인 힘에 의해서 좌표를 벗어나는 운동과 구분하여, 우주의 팽창에 의해서 증가하는 물리적 거리를 표현하기 위해 계량(metric)으로써 스케일 펙터 $a(t)$ 을 도입할 수 있다 . (모든 공간이 동등한 팽창율로 팽창하는 경우, 계량은 시간의 함수로만 나타낼 수 있다.)

물리적 거리의 속도

$$v_i(t) = \dot{\ell}_i(t) = \dot{a}(t)\, x_i = \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right) a(t) x_i \equiv H(t)\ell_i(t) \;\Rightarrow\; v_i(t) \propto \ell_i(t)$$

멀어지는 속도는 거리에 비례하고, 비례상수 $H(t) = \dot{a}(t)/a(t)$ 를 허블 파라미터라 부른다.

$$H_0 = H(t_{\text{now}}) = 100h\ \text{km/s/Mpc} = (68\sim73)\ \text{km/s/Mpc}$$

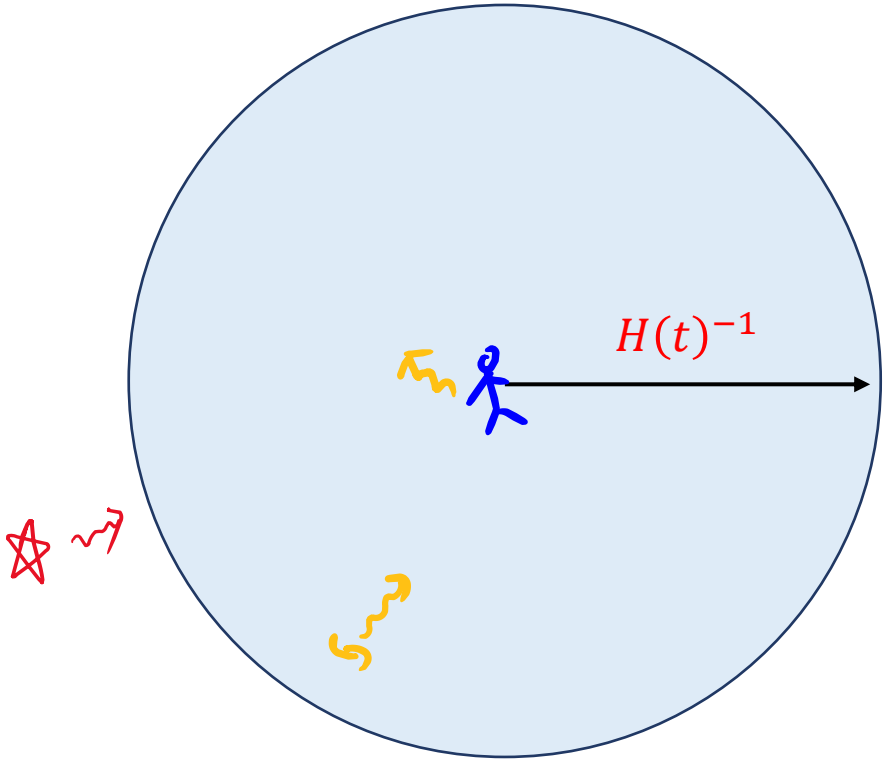
거리가 $\ell_i(t) > H(t)^{-1}$ 인 곳에서는 $v_i(t) > 1 = c$ 이고 멀어지는 속도는 빛보다 빠르게 되어 구분되어지고, 그러 의미에서 $1/H(t)$ 를 허블 반경 (혹은 Hubble Horizon)이라고 한다.

"**현재**" 우리가 볼 수 있는 우주의 반경: $R_H = 1/H_0 = 4.3\ \text{Gpc}$

우주의 균일한 팽창

거리가 $\ell_i(t) > H(t)^{-1}$ 인 곳에서는 $v_i(t) > 1 = c$ 이고 멀어지는 속도는 빛보다 빠르게 되어 구분되어지고, 그러 의미에서 $1/H(t)$ 를 허블 반경 (혹은 Hubble Horizon)이라고 한다.

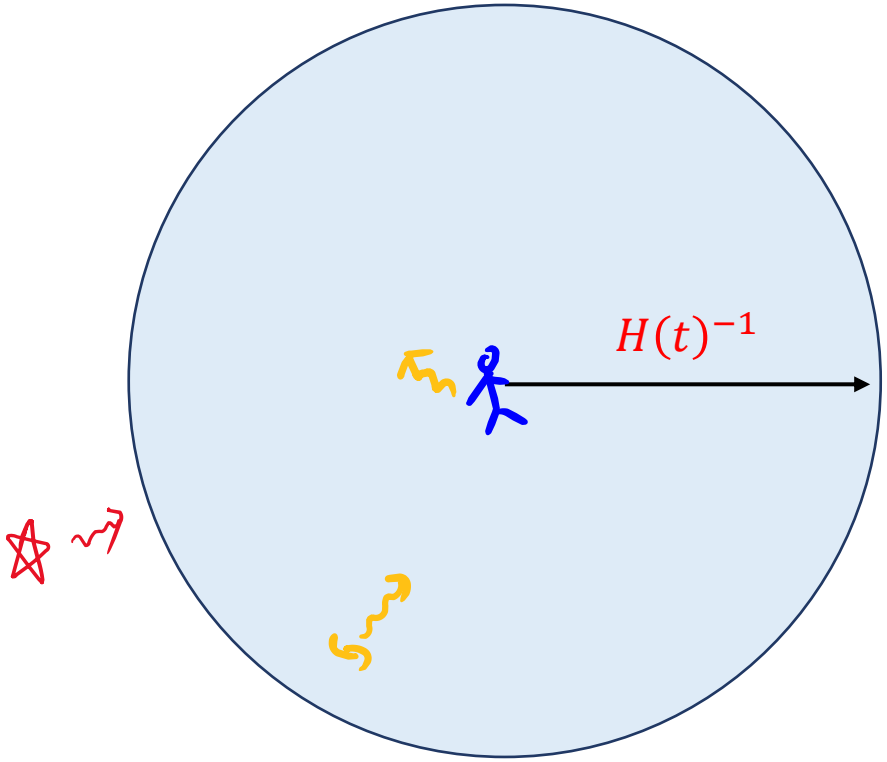
Q. 허블 반경 밖에서 출발한 빛은 우리에게 도달 할 수 있을까?



우주의 균일한 팽창

거리가 $\ell_i(t) > H(t)^{-1}$ 인 곳에서는 $v_i(t) > 1 = c$ 이고 멀어지는 속도는 빛보다 빠르게 되어 구분되어지고, 그러 의미에서 $1/H(t)$ 를 허블 반경 (혹은 Hubble Horizon)이라고 한다.

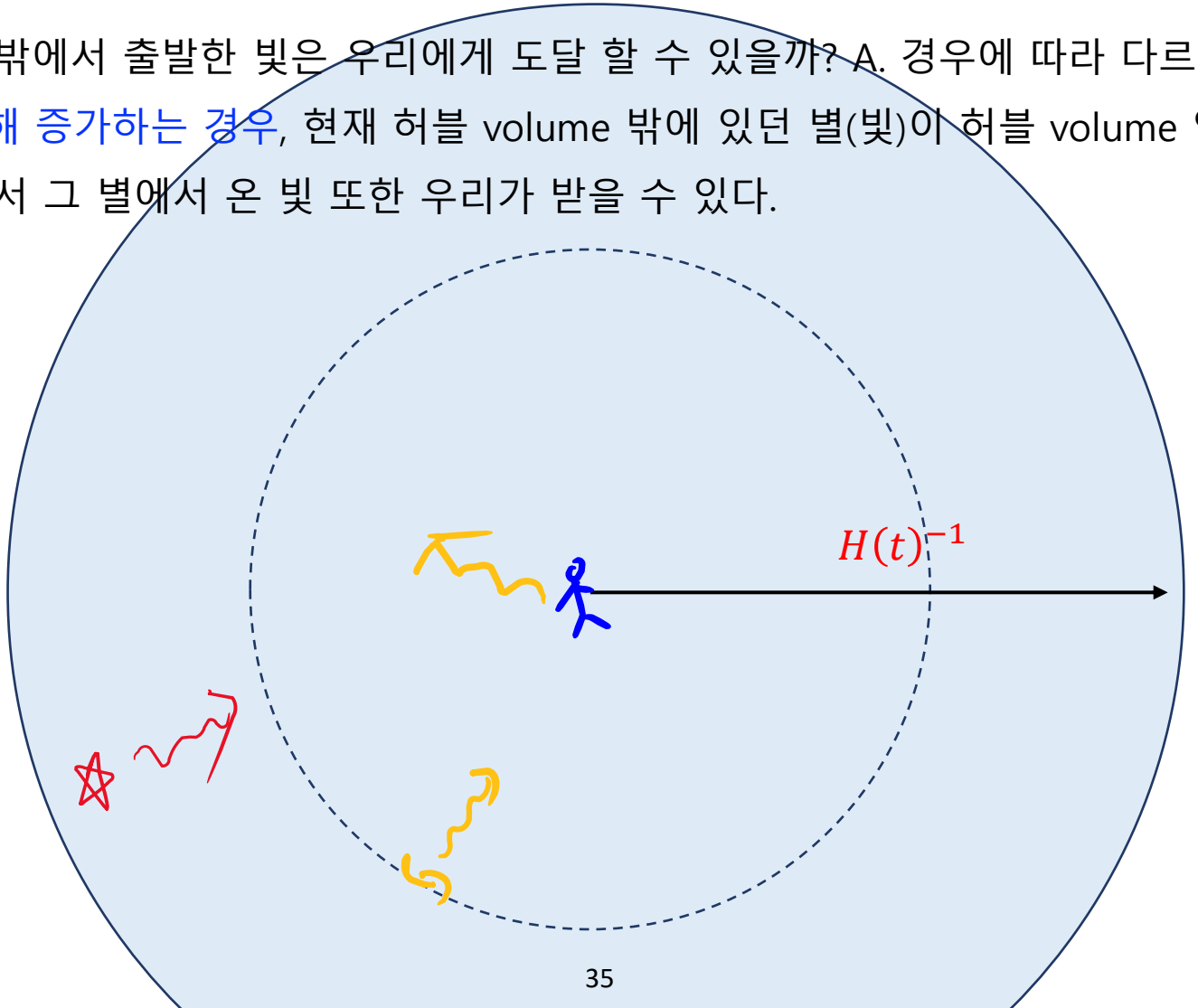
Q. 허블 반경 밖에서 출발한 빛은 우리에게 도달 할 수 있을까? A. 경우에 따라 다르다... 허블 반경이 시간에 대해 증가하는 경우, 현재 허블 volume 밖에 있던 별(빛)이 허블 volume 안으로 들어올 수 있고, 따라서 그 별에서 온 빛 또한 우리가 받을 수 있다.



우주의 균일한 팽창

거리가 $\ell_i(t) > H(t)^{-1}$ 인 곳에서는 $v_i(t) > 1 = c$ 이고 멀어지는 속도는 빛보다 빠르게 되어 구분되어지고, 그러 의미에서 $1/H(t)$ 를 허블 반경 (혹은 Hubble Horizon)이라고 한다.

Q. 허블 반경 밖에서 출발한 빛은 우리에게 도달 할 수 있을까? A. 경우에 따라 다르다... 허블 반경이 시간에 대해 증가하는 경우, 현재 허블 volume 밖에 있던 별(빛)이 허블 volume 안으로 들어올 수 있고, 따라서 그 별에서 온 빛 또한 우리가 받을 수 있다.



우주의 균일한 팽창

거리가 $\ell_i(t) > H(t)^{-1}$ 인 곳에서는 $v_i(t) > 1 = c$ 이고 멀어지는 속도는 빛보다 빠르게 되어 구분되어지고, 그러 의미에서 $1/H(t)$ 를 허블 반경 (혹은 Hubble Horizon)이라고 한다.

Q. 허블 반경 밖에서 출발한 빛은 우리에게 도달 할 수 있을까? A. 경우에 따라 다르다... 허블 반경이 시간에 대해 증가하는 경우, 현재 허블 volume 밖에 있던 별(빛)이 허블 volume 안으로 들어올 수 있고, 따라서 그 별에서 온 빛 또한 우리가 받을 수 있다.

따라서 실제로 빛이 **주어진 시간 동안 얼마나 이동할 수 있는지**를 확인해야 과거와 현재, 그리고 미래에서 인과적으로 연결될 수 있는 최대 영역에 대한 정보를 얻을 수 있다.

태초부터 주어진 우주의 나이까지 빛이 이동한 거리는 그 시간까지 인과적으로 연결될 수 있는 거리를 의미하며 이를 Particle Horizon 혹은 Cosmological Horizon이라 한다.

한편, 현재 출발한 빛이 먼 미래를 고려해도 이동할 수 있는 최대거리가 유한하다면 이는 아무리 시간이 흐르더라도 우리가 인과적으로 연결될 수 있는 영역이 제한적이라는 것이므로 (즉 그 너머는 우리가 영영 관측할 수 없다는 의미) 이를 Event Horizon 이라 한다.

호라이즌 계산해보기

특정 시간을 t_0, 이 때의 $a(t_0) = 1$ 이라 할 때 빛의 경로는 $ds^2 = dt^2 - a(t)^2 dx^2 = 0$ 따라서 $\Rightarrow$

$dx = dt/a(t) \equiv d\eta$, Particle Horizon : $d_p = \int dx = \int^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$, Event Horizon : $d_e = \int_{t_0} \frac{dt}{a(t)}$

η =Conformal time

여기서 뒤에서 다룰 2가지 경우에 대해 그 값을 구해보자.

예1) $a(t) = \sqrt{t/t_0}$, $H(t) = 1/2t$, 예2) $a(t) = e^{H_0(t-t_0)}$, $H(t) = H_0$

호라이즌 계산해보기

특정 시간을 t_0, 이 때의 $a(t_0) = 1$ 이라 할 때 빛의 경로는 $ds^2 = dt^2 - a(t)^2 dx^2 = 0$ 따라서 $\Rightarrow$

$dx = dt/a(t) \equiv d\eta$, Particle Horizon : $d_p = \int dx = \int^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$, Event Horizon : $d_e = \int_{t_0} \frac{dt}{a(t)}$

η =Conformal time

여기서 뒤에서 다룰 2가지 경우에 대해 그 값을 구해보자.

예1) $a(t) = \sqrt{t/t_0}$, $H(t) = 1/2t$, 예2) $a(t) = e^{H_0(t-t_0)}$, $H(t) = H_0$

예1) $d_p = H_0^{-1}$, $d_e = \infty$,

예2) $d_p = H_0^{-1} e^{H_0(t_0 - t_{\rm ini})} \to \infty$ for $t_{\rm ini} \to -\infty$, $d_e = H_0^{-1}$

즉 예1) 은 **특정 시기의 허블 반경 밖의 사건들은 과거에 서로 인과적으로 연결되어 있지 않지만, 미래에는 모든 영역이 인과적으로 연결될 수 있다.**

반면에 예2) 는 가속 팽창이 시작하는 시점에 따라 **특정 시기의 허블 반경보다 훨씬 더 큰 영역의 사건들이 과거에 서로 인과적으로 연결될 수도 있다.** 하지만 **미래에는 오직 허블 반경 안의 사건들만 인과적으로 연결된다.**

예1은 감속 팽창으로 radiation 이 우주를 지배하는 경우, 예2는 가속 팽창의 전형적인 예이다.

거리와 척도

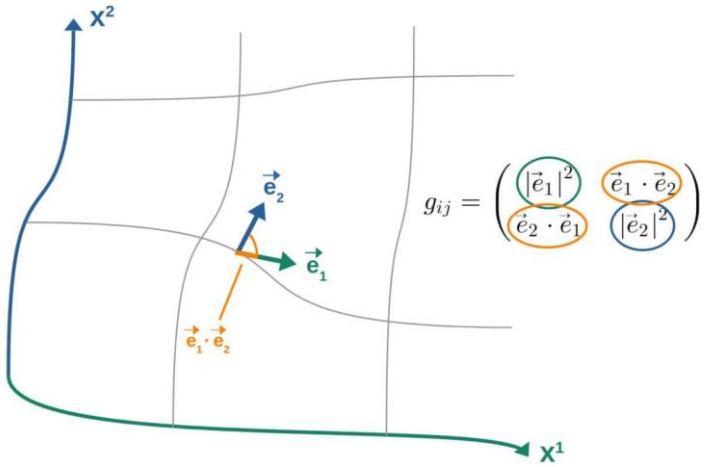
물리적 거리(physical distance)와 우주의 팽창에 영향을 받지 않는 좌표 거리(comoving distance) 사이의 관계 $\Delta\ell_i(t) = a(t)\,\Delta x_i$ 를 시간을 포함한 임의의 좌표 변환에 대해서도 일반적으로 적용하기 위해 metric tensor 를 도입하여 physical 한 metric을 정의할 수 있다.

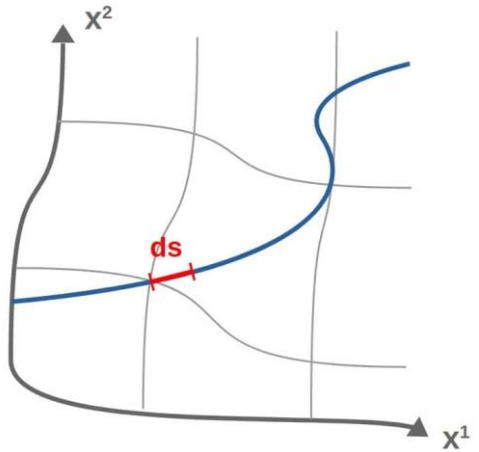
$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu \quad (x^\mu = t, x, y, z)$$

앞에서 살펴본 경우는 다음과 같이 metric이 주어진 경우에 해당한다.

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 d\vec{x}^2 = dt^2 - d\vec{\ell}^2$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -a(t)^2 & & \\ & & -a(t)^2 & \\ & & & -a(t)^2 \end{pmatrix}$$





https://profoundphysics.com/

거리와 척도

물리적 거리(physical distance)와 우주의 팽창에 영향을 받지 않는 좌표 거리(comoving distance) 사이의 관계 $\Delta\ell_i(t) = a(t)\,\Delta x_i$ 를 시간을 포함한 임의의 좌표 변환에 대해서도 일반적으로 적용하기 위해 metric tensor 를 도입하여 physical 한 metric을 정의할 수 있다.

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu \quad (x^\mu = t, x, y, z)$$

앞에서 살펴본 경우는 다음과 같이 metric이 주어진 경우에 해당한다.

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 d\vec{x}^2 = dt^2 - d\vec{\ell}^2$$

우주의 metric tensor $g_{\mu\nu}(t, x, y, z)$가 상수가 아니라 시간에 대해 변화된다는 것은 그에 대한 동역학 즉, "metric tensor field"의 time evolution을 결정하는 방정식이 존재해야 함을 의미한다.

아인슈타인 방정식은 물질에 의해 metric tensor가 energy momentum tensor에 의해 어떻게 시간에 대해 진화하는지, 공간적인 분포가 어떻게 되는지에 대한 정보를 제공한다.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G\, T_{\mu\nu} \quad \left(\Rightarrow D_\mu T^{\mu\nu} = 0\right)$$

$R_{\mu\nu} \sim \partial^2 g_{\mu\nu}$

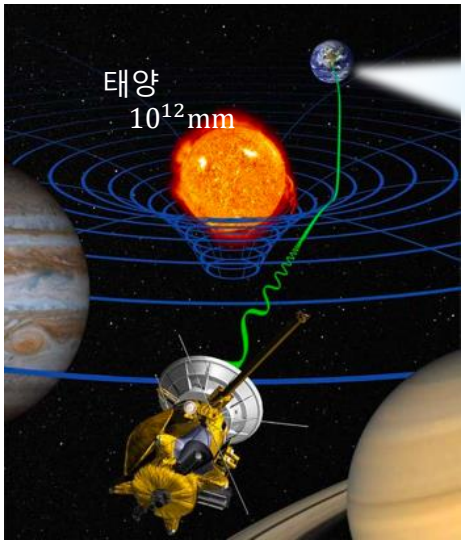
우주의 시공간적 휘어짐

우주 팽창의 소스

동역학적 시공간 배경에서의 에너지-모멘텀 보존을 함의

아인슈타인 방정식

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G\, T_{\mu\nu} \quad (\Rightarrow D_\mu T^{\mu\nu} = 0)$$

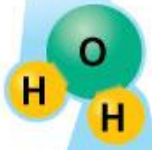




지구10^{10}mm



이슬 방울
1mm



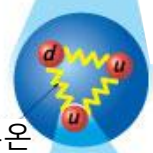
물 분자 $10^{-6.5}$mm

수소원자



전자 10^{-7}mm

양성자



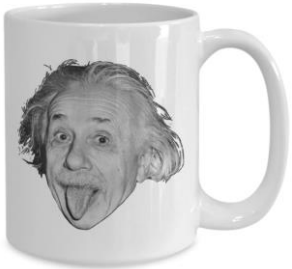
10^{-12}mm

글루온



쿼크

10^{-15}mm



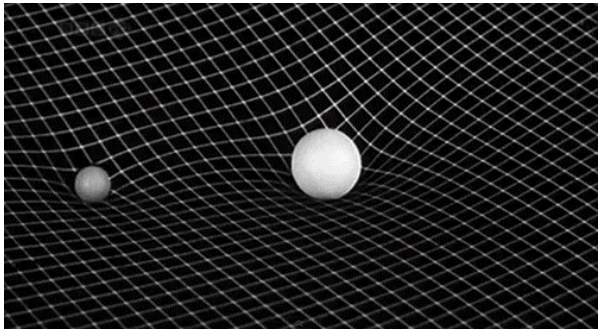
중력 = 시공간의 휘어짐

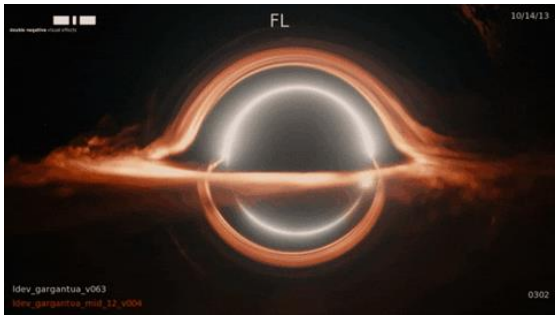


기본 입자 = 쿼크, 렙톤, 광자, W/Z, 글루온+힉스 보존

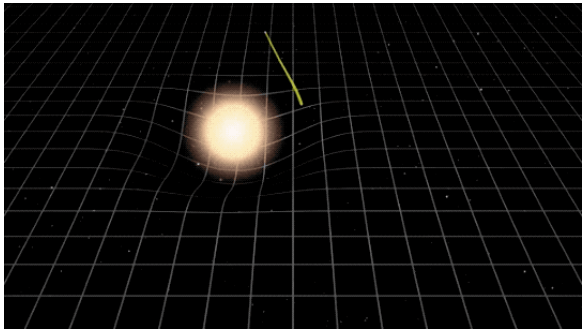
일반상대성이론: 물질(에너지)은 시공간을 휘어지게 하는 원인

중력 현상 = 시공간의 기하학, 시공간 곡률의 동역학



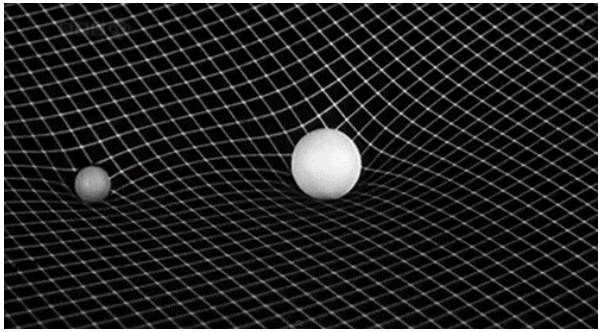


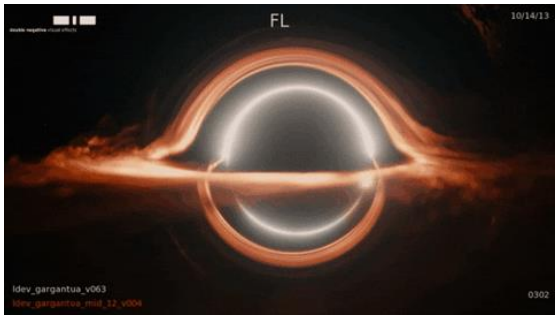
블랙홀과 강착 원반의 이미지



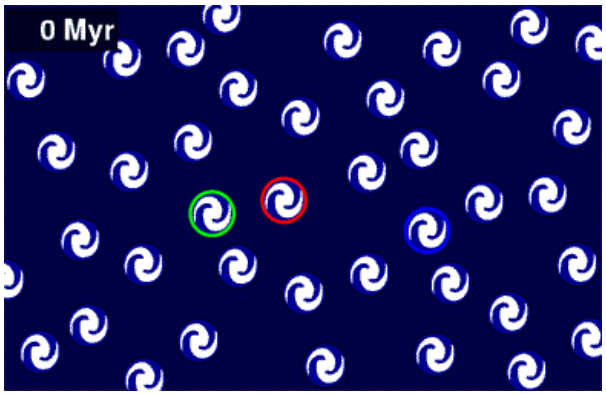
일반상대성이론: 물질(에너지)은 시공간을 휘어지게 하는 원인

중력 현상 = 시공간의 기하학, 시공간 곡률의 동역학

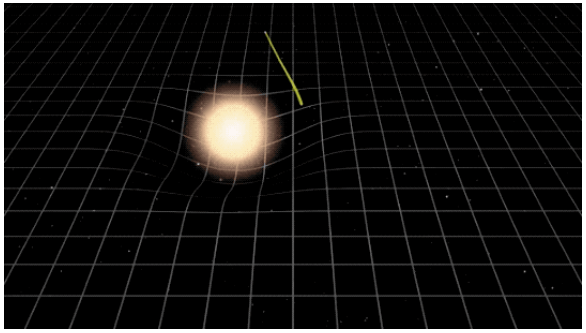


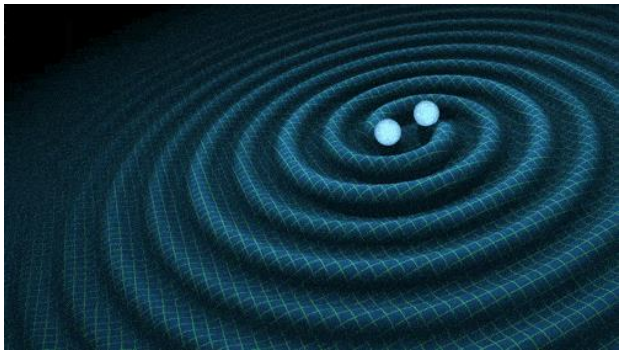


블랙홀과 강착 원반의 이미지

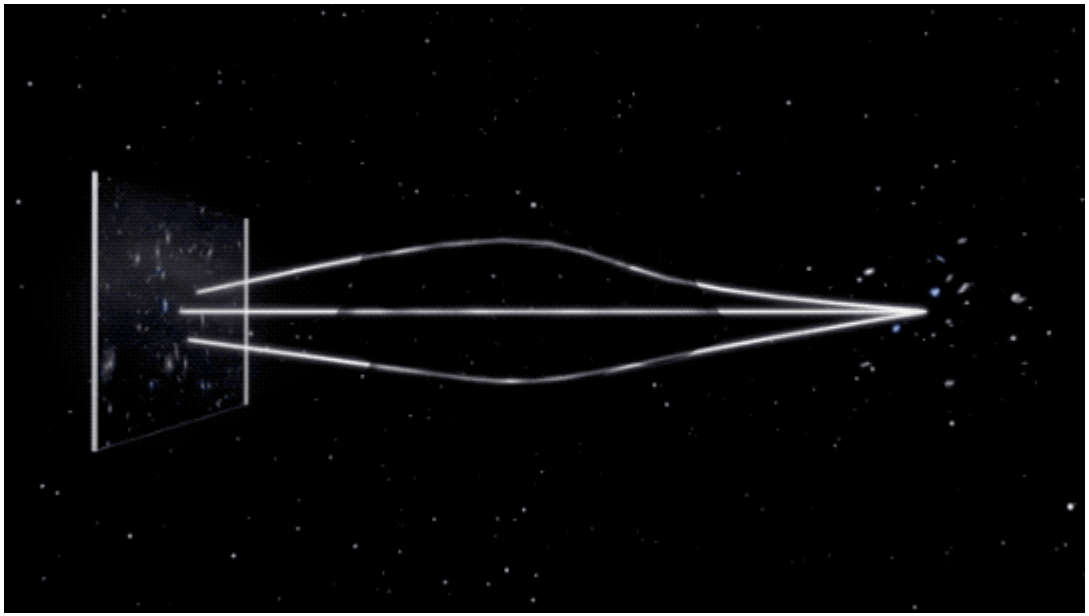


팽창하는 우주





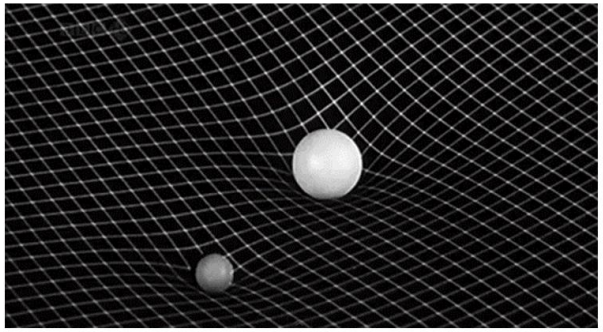
쌍성의 회전으로 발생되는 중력파

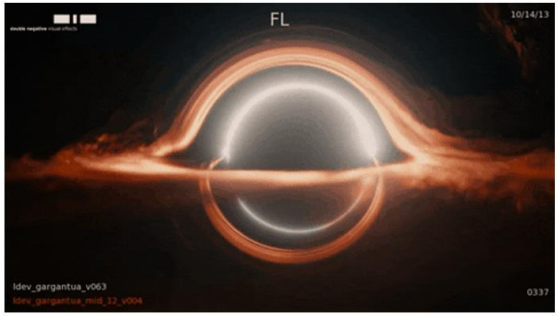


중력 렌즈 현상 : 보이지 않는 질량 분포 탐색

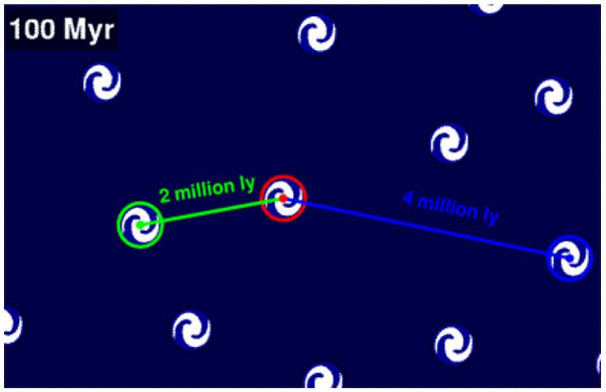
일반상대성이론: 물질(에너지)은 시공간을 휘어지게 하는 원인

중력 현상 = 시공간의 기하학, 시공간 곡률의 동역학

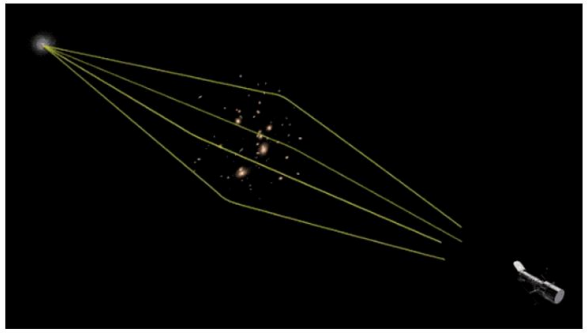


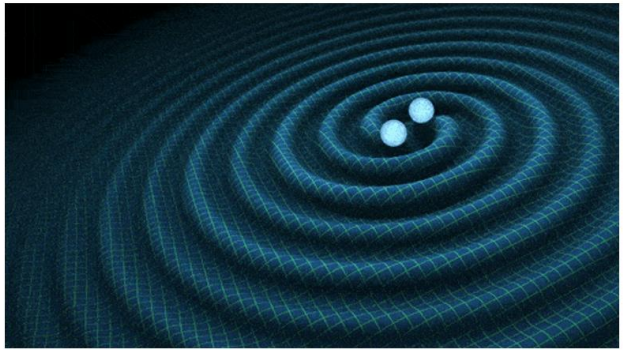


블랙홀과 강착 원반의 이미지

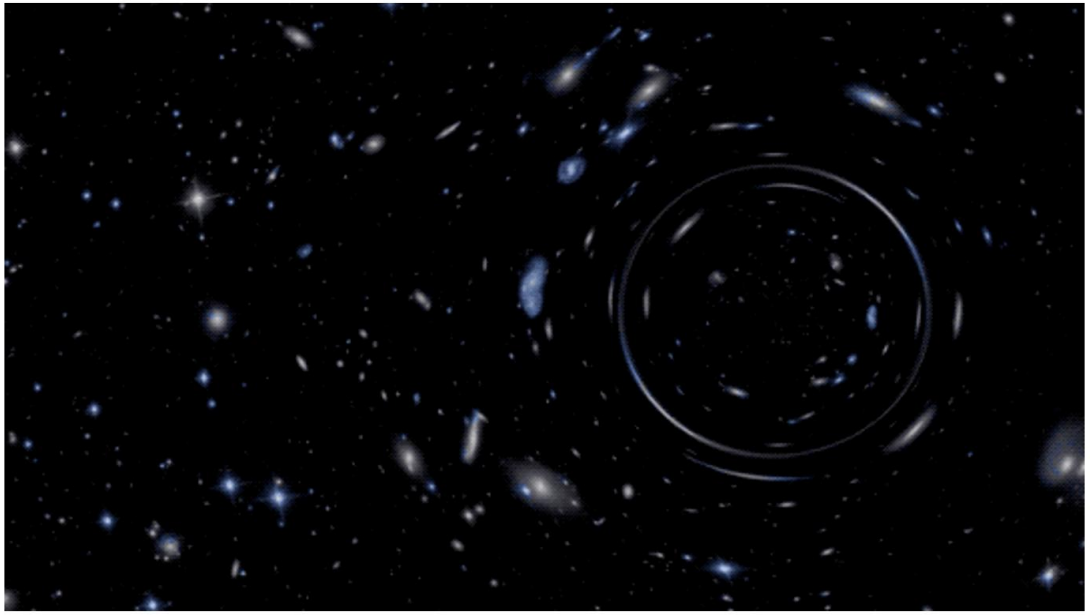


팽창하는 우주





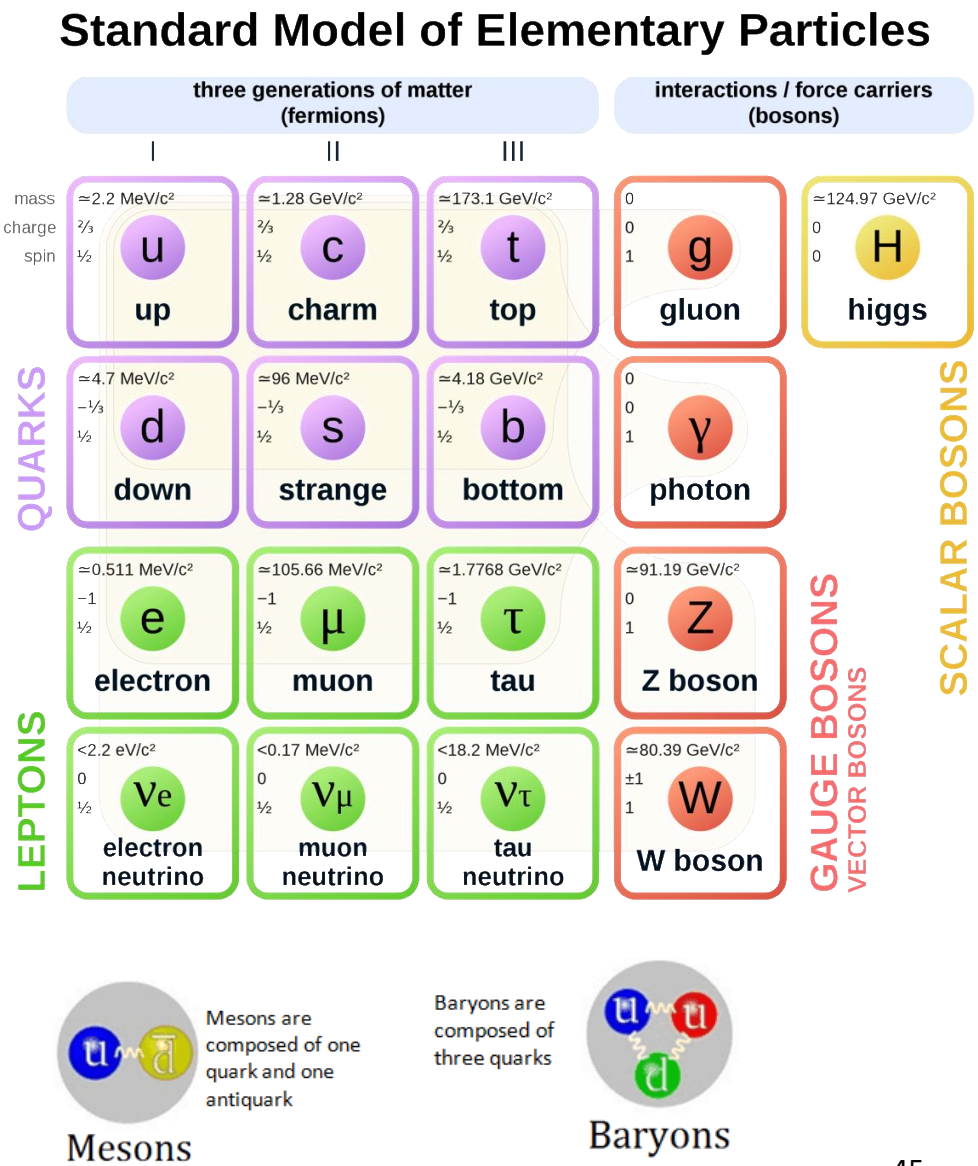
쌍성의 회전으로 발생되는 중력파



중력 렌즈 현상 : 보이지 않는 질량 분포 탐색

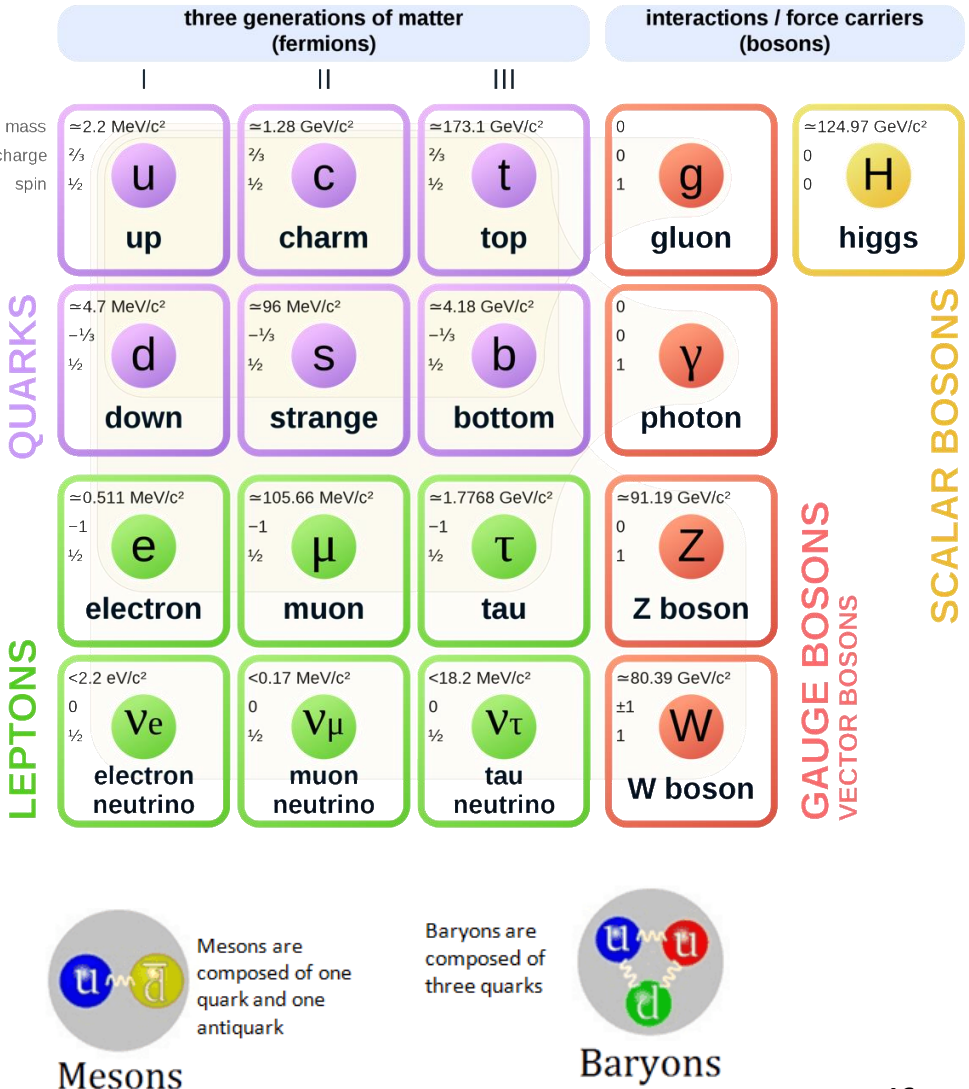
표준 모형: 물질을 이루는 기본입자+힘의 양자이론

전자기력, 강력, 약력 현상 = 양자화된 기본입자장들의 상호작용



표준 모형: 물질을 이루는 기본입자+힘의 양자이론

전자기력, 강력, 약력 현상 = 양자화된 기본입자장들의 상호작용

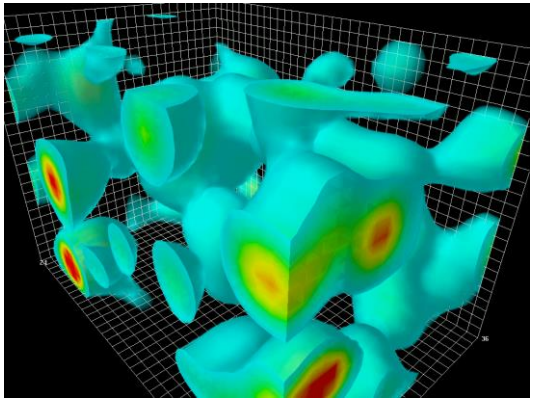


Mesons are composed of one quark and one antiquark

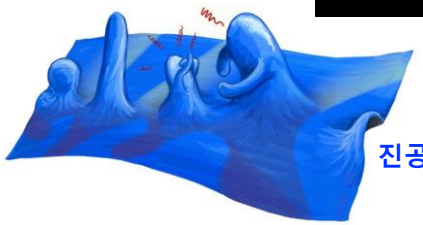
Mesons

Baryons are composed of three quarks

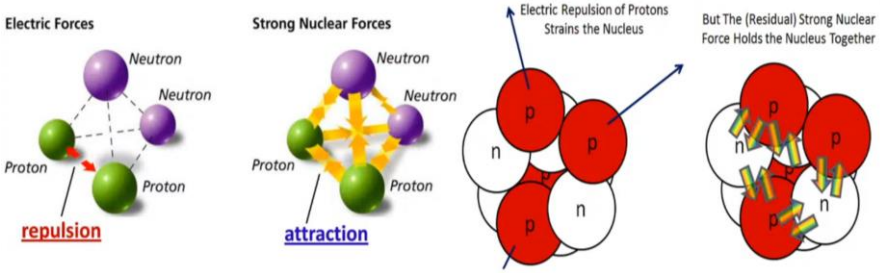
Baryons

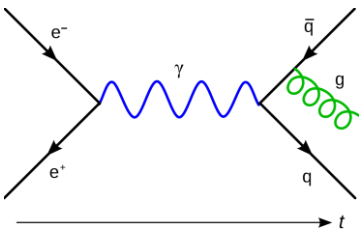


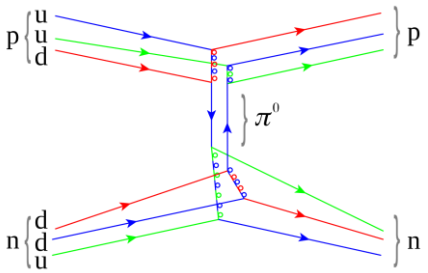
양자 요동으로 가득 차 있는 진공



진공에서 생성되거나 소멸되는 입자들





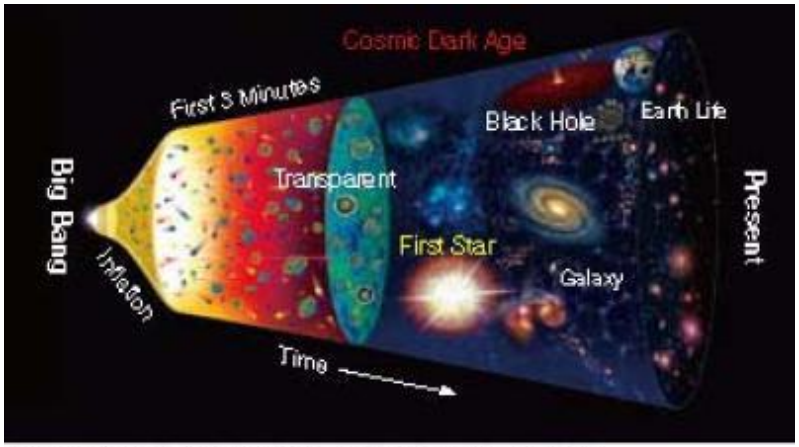


우주의 진화: 일반상대성이론+표준 모형+"암흑물질+암흑에너지"

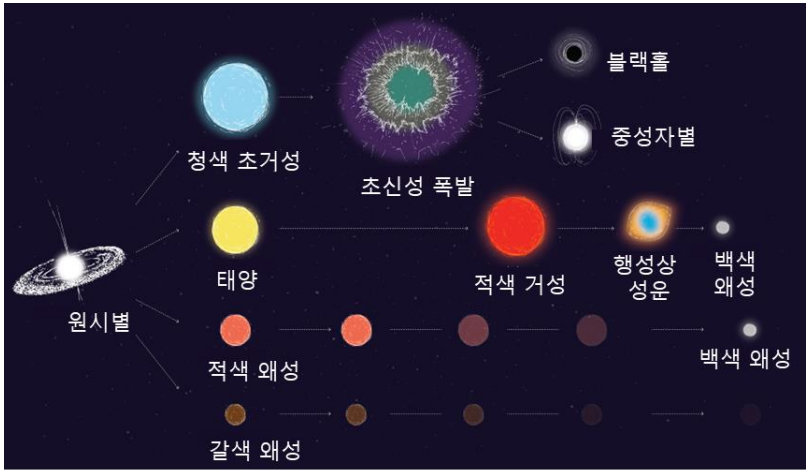
허블-르메트르 법칙, 원시 핵합성, 우주배경복사, 우주구조형성

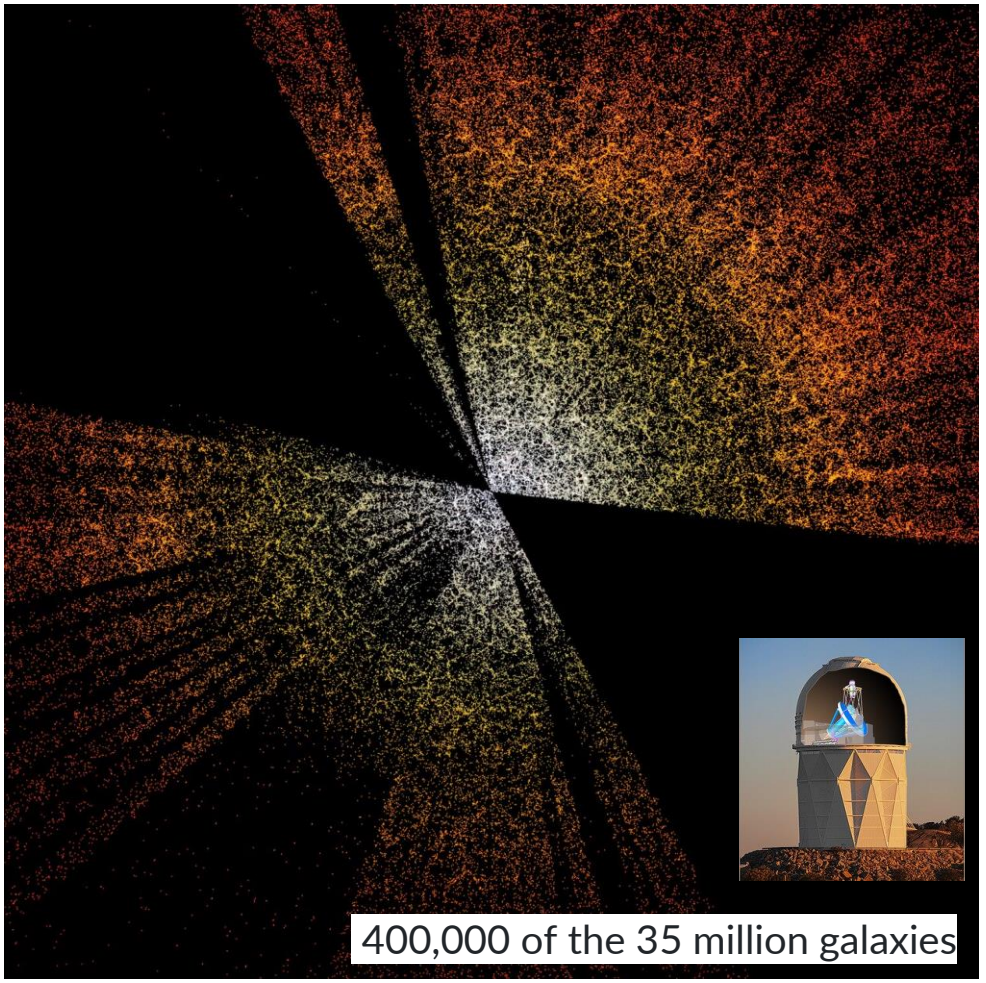
별의 진화, 블랙홀의 형성 등을 성공적으로 설명함.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G \left(T_{\mu\nu}^{SM} + T_{\mu\nu}^{Dark} \right)$$



Adapted from "Physics of the history of the universe"





D. Schlegel/Berkeley Lab using data from DESI

에너지 모멘텀 텐서

에너지 모멘텀 텐서는 에너지와 운동량, 그리고 이들의 방향에 따른 흐름에 대한 정보를 제공한다.

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \text{에너지 밀도 } (T^{00}) & \text{운동량 밀도 } (T^{0i}) \\ \text{에너지 흐름 } (T^{i0}) & \text{운동량 흐름 } (T^{ij}) \end{pmatrix}$$

Single particle 의 모임인 경우,

$$T^{\mu\nu}(t,\vec{x}) = \sum_i \gamma_i m_i v_i^\mu v_i^\nu \delta^3\left(\vec{x} - \vec{x}_{p_i}(t)\right) \qquad \left(v_i^\mu = \left(1, \frac{d\vec{x}_{p_i}}{dt}\right)\right)$$

Field 의 경우, 일반적인 장 Φ_A에 대하여

$$T^{\mu\nu}(x) = \sum_A \frac{\partial L(x)}{\partial\left(\partial_\mu \Phi_A(x)\right)} \partial^\nu \Phi_A(x) - g^{\mu\nu} L(x)$$

에너지 모멘텀 텐서

에너지 모멘텀 텐서는 에너지와 운동량, 그리고 이들의 방향에 따른 흐름에 대한 정보를 제공한다.

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \text{에너지 밀도 } (T^{00}) & \text{운동량 밀도 } (T^{0i}) \\ \text{에너지 흐름 } (T^{i0}) & \text{운동량 흐름 } (T^{ij}) \end{pmatrix}$$

Single particle 의 모임인 경우,

$$T^{\mu\nu}(t,\vec{x}) = \sum_i \gamma_i m_i v_i^\mu v_i^\nu \delta^3\left(\vec{x} - \vec{x}_{p_i}(t)\right) \qquad \left(v_i^\mu = \left(1, \frac{d\vec{x}_{p_i}}{dt}\right)\right)$$

Field 의 경우, 일반적인 장 Φ_A에 대하여

$$T^{\mu\nu}(x) = \sum_A \frac{\partial L(x)}{\partial\left(\partial_\mu \Phi_A(x)\right)} \partial^\nu \Phi_A(x) - g^{\mu\nu} L(x)$$

Perfect Fluid 로 근사할 수 있는 밀도가 큰 유체의 경우, Fluid rest frame 에서의 밀도 ρ, 압력 P, 그리고 Fluid 의 bulk four-velocity u^μ 에 대하여

$$T^{\mu\nu}(x) = (\rho + P)u^\mu u^\nu + P g^{\mu\nu} \;\Rightarrow\; \text{Fluid rest frame}: \; T^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -P \end{pmatrix}$$

에너지 모멘텀 텐서

우주에 고르게 퍼져 있는 물질의 밀도와 압력의 관계를 통해 물질의 종류를 radiation, matter, etc. 로 구분한다. 주어진 질량 m 을 가지고 서로 상호작용 하는 입자들의 주어진 시간에서의 분포 $f(p,t)$ 를 생각해보자. 개수밀도, 에너지밀도, 압력은 각각 아래와 같다. ($E=\sqrt{m^2+p^2}$)

$$n=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(p,t)\,, \qquad \rho=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E\, f(p,t)\,, \qquad P=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{p^2}{3E} f(p,t)$$

에너지 모멘텀 텐서

우주에 고르게 퍼져 있는 물질의 밀도와 압력의 관계를 통해 물질의 종류를 radiation, matter, etc. 로 구분한다. 주어진 질량 m 을 가지고 서로 상호작용 하는 입자들의 주어진 시간에서의 분포 $f(p,t)$ 를 생각해보자. 개수밀도, 에너지밀도, 압력은 각각 아래와 같다. ($E=\sqrt{m^2+p^2}$)

$$n=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(p,t)\,, \qquad \rho=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E\, f(p,t)\,, \qquad P=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{p^2}{3E} f(p,t)$$

1) 운동량 p 가 m 보다 훨씬 큰 영역이 주로 기여하는 경우, $p \simeq E$,

$$P=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{p^2}{3E} f(p,t) \simeq \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{E^2}{3E} f(p,t)=\frac{1}{3}\rho, \qquad \rho \simeq \langle p\rangle n \qquad \boxed{P\approx\frac{1}{3}\rho}$$

2) 운동량 p 가 m 보다 훨씬 작은 영역이 주로 기여하는 경우, $p \simeq mv \ll E \simeq m$,

$$P=\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{p^2}{3E} f(p,t) \simeq \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{(mv)^2}{3m} f(p,t)=\frac{1}{3}\langle v^2\rangle\rho \ll \rho, \qquad \rho \simeq mn \qquad \boxed{P\approx 0}$$

우주론적 관점에서 1) $P=\rho/3$ 을 따르면 radiation, 2) $P=0$ 를 따르면 matter 로 통칭한다.

에너지 모멘텀 텐서

3) 시간에만 의존하는 스칼라 장의 경우 $\phi(t)$, $L \simeq \frac{1}{2}\dot{\phi}(t)^2 - V(\phi)$

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \qquad P = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$$

3.1) $\dot{\phi}^2 \gg V$ $\rho \simeq \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \simeq p$ $P \approx \rho$

3.2) $\dot{\phi}^2 \ll V$ $\rho \simeq V \simeq -p$ $P \approx -\rho$

3.3) $\dot{\phi}^2 \sim V$ $\frac{\langle\dot{\phi}^2\rangle}{2} \sim \langle V\rangle$ $\langle P\rangle \sim 0 \ll \rho$

4) "우주" 상수가 라그랑지안에 있는 경우, $L = -\Lambda \Rightarrow T^{\mu}{}_{\nu} = -\delta^{\mu}_{\nu}\Lambda \Rightarrow \rho = \Lambda = -P$ $P = -\rho$

에너지 모멘텀 텐서

3) 시간에만 의존하는 스칼라 장의 경우 $\phi(t)$, $L \simeq \frac{1}{2}\dot{\phi}(t)^2 - V(\phi)$

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \qquad P = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$$

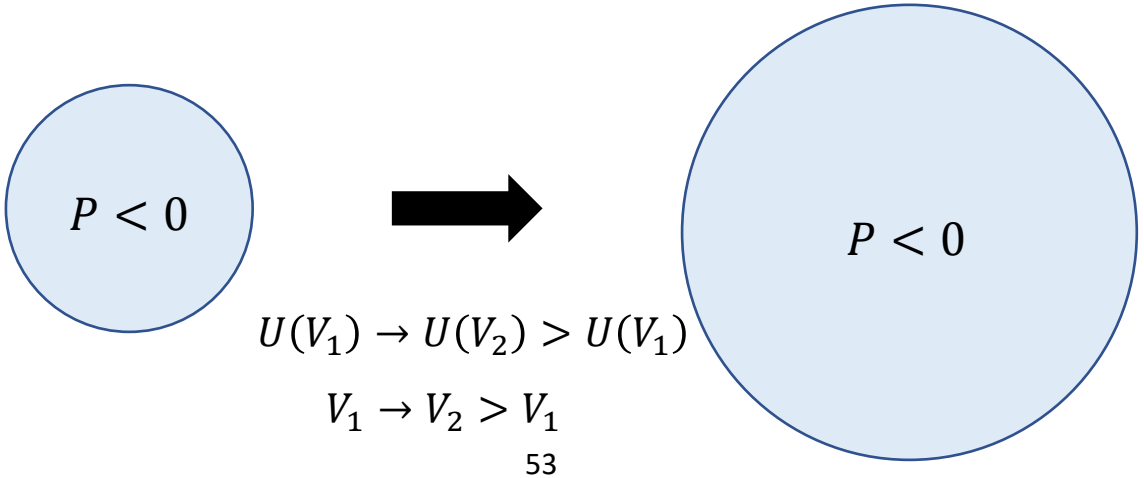
3.1) $\dot{\phi}^2 \gg V$ $\rho \simeq \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \simeq p$ $P \approx \rho$

3.2) $\dot{\phi}^2 \ll V$ $\rho \simeq V \simeq -p$ $P \approx -\rho$

3.3) $\dot{\phi}^2 \sim V$ $\frac{\langle\dot{\phi}^2\rangle}{2} \sim \langle V\rangle$ $\langle P\rangle \sim 0 \ll \rho$

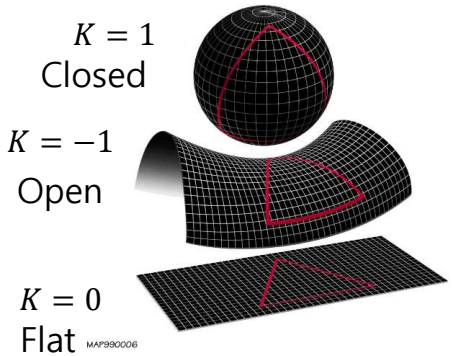
4) "우주" 상수가 라그랑지안에 있는 경우, $L = -\Lambda \Rightarrow T^{\mu}{}_{\nu} = -\delta^{\mu}_{\nu}\Lambda \Rightarrow \rho = \Lambda = -P$ $P = -\rho$

3.2) 와 4) 의 경우, 에너지 밀도가 양수라면 압력은 **음수**가 되고 이는 유체의 부피가 단열적으로 커지는 경우 "음의 일을 하면서 부피 안의 전체 에너지는 증가"함을 의미한다.



프리드만 방정식 (Friedmann equations)

에너지 모멘텀 텐서가 우주 시공간의 진화에 어떻게 영향을 끼치는지 살펴보자. 가장 단순한 경우로 우주에 밀도가 고르게 분포하여 균일성과 등방성을 유지한다고 할 때, 즉 $\rho(\boldsymbol{x},t)\approx\rho(t)$, $P(\boldsymbol{x},t)\approx P(t)$. 이것이 소스가 되어 줄 수 있는 메트릭은 다음의 세가지로 항상 표현할 수 있고 이를 프리드만-르메트르-로버트슨-워커 계량 (FLRW metric)이라 한다.



$$ds^2=dt^2-a(t)^2\left(\frac{dr^2}{1-Kr^2}+r^2d\Omega^2\right)\qquad(K=1,0,-1)$$

아인슈타인 방정식은 다음의 프리드만 방정식으로 이어진다.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2+\frac{K}{a^2}=\frac{8\pi G\rho}{3},\qquad\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right)=-\frac{4\pi G}{3}(\rho+3P)$$

또한 두 방정식의 조합으로 에너지 모멘텀 보존관계 $D_\mu T^{\mu\nu}=0$ 가 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{\rho}+3H(\rho+P)=0\ \Rightarrow\ \frac{d(\rho V)}{dt}=-P\frac{dV}{dt}\qquad\left(H=\frac{\dot{a}}{a},V=a^3\right)$$

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3}, \qquad \left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P)$$

1. Ricci scalar curvature $R = 6\left(\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{K}{a^2}\right)$ (Temporal curvature, Spatial curvature) 즉 우주의 팽창은 시간방향의 곡률로 해석된다.

우주 관측을 통해 우주의 공간 곡률은 시간 곡률에 비해 매우 작음이 알려졌다. 즉 우주의 토폴로지는 아직 모르지만 미분 기하학적으로는 거의 평평하다 (Flat Universe)

$$\left|\frac{K}{a_0^2}\right| < 0.01\, H_0^2 \;\Rightarrow \rho_0 \approx \frac{3H_0^2}{8\pi G} \qquad (H_0, a_0, \rho_0 = H(t_0), a(t_0), \rho_0(t_0), \qquad t_0 = t_{\text{now}})$$

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3}, \qquad \left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P)$$

1. Ricci scalar curvature $R = 6\left(\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{K}{a^2}\right)$ (Temporal curvature, Spatial curvature) 즉 우주의 팽창은 시간방향의 곡률로 해석된다.

우주 관측을 통해 우주의 공간 곡률은 시간 곡률에 비해 매우 작음이 알려졌다. 즉 우주의 토폴로지는 아직 모르지만 미분 기하학적으로는 거의 평평하다 (Flat Universe)

$$\left|\frac{K}{a_0^2}\right| < 0.01\, H_0^2 \;\Rightarrow \rho_0 \approx \frac{3H_0^2}{8\pi G} \qquad (H_0, a_0, \rho_0 = H(t_0), a(t_0), \rho_0(t_0), \qquad t_0 = t_{\text{now}})$$

2. Time reversal symmetry: $t \to -t$ 변환에 대해 방정식이 대칭적이다. 이는 주어진 에너지 모멘텀 텐서의 초기 조건 (ρ, P) 에 대해서 팽창하는 해 $(\dot{a} > 0)$ 가 있다면 수축하는 해 $(\dot{a} < 0)$ 도 존재함을 의미한다. 하지만 팽창하는 해가 실현됨으로써 시간 대칭성은 자발적으로 깨지게 된다.

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3}, \qquad \left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P)$$

1. Ricci scalar curvature $R = 6\left(\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{K}{a^2}\right)$ (Temporal curvature, Spatial curvature) 즉 우주의 팽창은 시간방향의 곡률로 해석된다.

우주 관측을 통해 우주의 공간 곡률은 시간 곡률에 비해 매우 작음이 알려졌다. 즉 우주의 토폴로지는 아직 모르지만 미분 기하학적으로는 거의 평평하다 (Flat Universe)

$$\left|\frac{K}{a_0^2}\right| < 0.01\, H_0^2 \;\Rightarrow \rho_0 \approx \frac{3H_0^2}{8\pi G} \qquad (H_0, a_0, \rho_0 = H(t_0), a(t_0), \rho_0(t_0), \qquad t_0 = t_{\text{now}})$$

2. Time reversal symmetry: $t \to -t$ 변환에 대해 방정식이 대칭적이다. 이는 주어진 에너지 모멘텀 텐서의 초기 조건 (ρ, P) 에 대해서 팽창하는 해 $(\dot{a} > 0)$ 가 있다면 수축하는 해 $(\dot{a} < 0)$ 도 존재함을 의미한다. 하지만 팽창하는 해가 실현됨으로써 시간 대칭성은 자발적으로 깨지게 된다.

3. $\rho + 3P > 0$: 감속 팽창 ($\ddot{a} < 0$ radiation, matter 등이 에너지를 지배하는 경우 $\rho, P > 0$),

$\rho + 3P < 0$: 가속 팽창 ($\ddot{a} > 0$ 우주 상수, 스칼라 퍼텐셜이 에너지를 지배하는 경우 $P < -\rho/3$)

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \Rightarrow \frac{d(\rho V)}{dt} = -P\frac{dV}{dt} \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a}, V = a^3\right)$$

1. $V = a^3$ 은 단위 comoving volume 당 physical volume 이고 현재 우주에서 $a_0 = 1$ 로 둠으로써 comoving volume (distance) 의 값은 현 시점에서의 physical volume (distance) 에 대응한다. e.g.) 과거 시간 t_* 일 때 $a(t_*) = 0.01$ 라고 하자. 이 시간까지 빛이 1pc의 comoving distance 를 이동했다면, 그 당시의 척도로 측정한 물리적 이동 거리는 $\ell(t_*) = a(t_*)1\text{pc} = 0.01\text{pc}$ 이고, 해당 변위를 현재의 척도로 측정한 거리는 $\ell(t_0) = a_0 1\text{pc} = 1\text{pc}$ 이다.

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \Rightarrow \frac{d(\rho V)}{dt} = -P\frac{dV}{dt} \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a}, V = a^3\right)$$

1. $V = a^3$ 은 단위 comoving volume 당 physical volume 이고 현재 우주에서 $a_0 = 1$ 로 둠으로써 comoving volume (distance) 의 값은 현 시점에서의 physical volume (distance) 에 대응한다. e.g.) 과거 시간 t_* 일 때 $a(t_*) = 0.01$ 라고 하자. 이 시간까지 빛이 1pc의 comoving distance 를 이동했다면, 그 당시의 척도로 측정한 물리적 이동 거리는 $\ell(t_*) = a(t_*)1\text{pc} = 0.01\text{pc}$ 이고, 해당 변위를 현재의 척도로 측정한 거리는 $\ell(t_0) = a_0 1\text{pc} = 1\text{pc}$ 이다.

2. 팽창하는 물리적 부피 안의 에너지 $U = \rho V$ 는 보존되지 않고 공간의 팽창 동안 일을 함으로써 공간으로 에너지를 잃거나 $(P > 0)$, 얻게 된다. $(P < 0)$. 만약에 물질이 열적 평형상태에 있어서 온도 T 가 균일하게 잘 정의된다면 열역학적 관계 $dU = -PdV + TdS \Rightarrow dS = 0$ 즉 엔트로피 $S = sV$가 보존되고 엔트로피 밀도 s 는 $s \propto 1/a^3$ 으로 우주가 팽창하면서 줄어든다.

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \Rightarrow \frac{d(\rho V)}{dt} = -P\frac{dV}{dt} \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a}, V = a^3\right)$$

3. 팽창하는 우주에서의 입자의 운동 방정식(geodesic equation)과 함께 물질에 종류에 따른 밀도의 진화과정을 이해할 수 있다. 좀 더 단순하게는 four-모멘텀 $p_\mu = mg_{\mu\nu}dx^\nu/ds$ 에 대해 p_i 는 comoving momentum으로 자유입자에 대해서 보존된다. i.e. $dp_i/dt = 0$

이를 좀 더 자세히 살펴보면...

자유낙하 입자의 운동 방정식

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + g_{xx}dx^2 = dt^2 - a(t)^2dx^2$$

1+1 차원 평평한 시공간을 생각해보자. 팽창하는 우주에서의 자유입자의 "작용"은 다음과 같다.

$$S = -m\int ds = \int dt\, L \;\Rightarrow\; L = -m\frac{ds}{dt} = -m\frac{\sqrt{dt^2 - a^2dx^2}}{dt} = -m\sqrt{1 - a^2\dot{x}^2}$$

최소작용원리 $(\delta S = 0)$ 에 따른 자유입자의 운동방정식은

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = 0 \;\Rightarrow\; p_i = -\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = -m\frac{a^2\dot{x}}{\sqrt{1 - a^2\dot{x}^2}} = mg_{xx}\frac{dx}{ds}$$

즉

$$\frac{dp_i}{dt} = 0$$

Comoving momentum의 보존은 1+3 차원 시공간에 대해서도 동일하다.

반면 입자의 에너지는 다음과 같고

$$E = \dot{x}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - L = m\frac{a^2\dot{x}^2}{\sqrt{1 - a^2\dot{x}^2}} + m\sqrt{1 - a^2\dot{x}^2} = \frac{m}{\sqrt{1 - a^2\dot{x}^2}} \Rightarrow E = p_0 = mg_{tt}\frac{dt}{ds}$$

우주의 팽창으로 시간에 따라 변할 수 있다!

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \Rightarrow \frac{d(\rho V)}{dt} = -P\frac{dV}{dt} \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a}, V = a^3\right)$$

3. 팽창하는 우주에서의 입자의 운동 방정식(geodesic equation)과 함께 물질에 종류에 따른 밀도의 진화과정을 이해할 수 있다. 좀 더 단순하게는 four-모멘텀 $p_\mu = mg_{\mu\nu}dx^\nu/ds$ 에 대해 p_i 는 comoving momentum으로 자유입자에 대해서 보존된다. i.e. $dp_i/dt = 0$

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \Rightarrow \frac{d(\rho V)}{dt} = -P\frac{dV}{dt} \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a}, V = a^3\right)$$

3. 팽창하는 우주에서의 입자의 운동 방정식(geodesic equation)과 함께 물질에 종류에 따른 밀도의 진화과정을 이해할 수 있다. 좀 더 단순하게는 four-모멘텀 $p_\mu = mg_{\mu\nu}dx^\nu/ds$ 에 대해 p_i 는 comoving momentum으로 자유입자에 대해서 보존된다. i.e. $dp_i/dt = 0$

$$m^2 = g^{\mu\nu}p_\mu p_\nu \Rightarrow p_0^2 - \frac{\sum p_i^2}{a^2} = m^2 \Rightarrow E = p_0 = \sqrt{p^2 + m^2}, \quad p \equiv \frac{|p_i|}{a} \propto \frac{1}{a} \quad \text{(Redshift)}$$

즉 자유 입자의 **"물리적"** 운동량은 우주가 팽창함에 따라 $1/a$ 로 줄어든다. 또한 해당 입자의 전체 수가 보존된다면 $N = na^3 =$ 일정. 이는 입자의 밀도는 $n \propto 1/a^3$ 으로 줄어듦을 의미한다. 따라서

Radiation : $\boldsymbol{\rho = En = pn \propto \frac{1}{a}\frac{1}{a^3} \propto \frac{1}{a^4}}$

Matter : $\boldsymbol{\rho = En = mn \propto \frac{1}{a^3}}$

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \Rightarrow \frac{d(\rho V)}{dt} = -P\frac{dV}{dt} \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a}, V = a^3\right)$$

3. 팽창하는 우주에서의 입자의 운동 방정식(geodesic equation)과 함께 물질에 종류에 따른 밀도의 진화과정을 이해할 수 있다. 좀 더 단순하게는 four-모멘텀 $p_\mu = mg_{\mu\nu}dx^\nu/ds$ 에 대해 p_i 는 comoving momentum으로 자유입자에 대해서 보존된다. i.e. $dp_i/dt = 0$

$$m^2 = g^{\mu\nu}p_\mu p_\nu \Rightarrow \; p_0^2 - \frac{\sum p_i^2}{a^2} = m^2 \;\; \Rightarrow \;\; E = p_0 = \sqrt{p^2 + m^2}, \qquad p \equiv \frac{|p_i|}{a} \propto \frac{1}{a} \quad \text{(Redshift)}$$

즉 자유 입자의 **"물리적"** 운동량은 우주가 팽창함에 따라 $1/a$ 로 줄어든다. 또한 해당 입자의 전체 수가 보존된다면 $N = na^3 =$ 일정. 이는 입자의 밀도는 $n \propto 1/a^3$ 으로 줄어듦을 의미한다. 따라서

$P \approx \rho/3$

Radiation : $\boldsymbol{\rho = En = pn \propto \frac{1}{a}\frac{1}{a^3} \propto \frac{1}{a^4}}$, $\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = \dot{\rho} + 4H\rho = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(\rho a^4) = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\rho \propto \frac{1}{a^4}}$

$P \approx 0$

Matter : $\boldsymbol{\rho = En = mn \propto \frac{1}{a^3}}$, $\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = \dot{\rho} + 3H\rho = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(\rho a^3) = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\rho \propto \frac{1}{a^3}}$

흥미롭게도 우주 팽창에 따른 에너지 밀도의 변화는 상호작용을 하지 않는 자유입자를 가정하지 않더라도 에너지 밀도와 압력의 관계로 프리드만 방정식으로 유도될 수 있다.

프리드만 방정식 (Friedmann equations)

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \Rightarrow \frac{d(\rho V)}{dt} = -P\frac{dV}{dt} \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a}, V = a^3\right)$$

4. 입자로 기술하기 어려운, 공간적으로 균일하게 값이 주어진 스칼라 장 $\phi(t)$의 운동의 경우 운동 방정식은 다음과 같다

Hubble friction term

$$\ddot{\phi}(t) + 3H\dot{\phi}(t) + \partial_\phi V(\phi) = 0$$

즉 우주의 팽창은 스칼라장에게 유효한 마찰력을 제공하여 움직임을 더디게 해준다. 양변에 $\dot{\phi}$를 곱하면

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right) + 3H\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)\right) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\rho + 3H(\rho + P) = 0$$

$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ 인 경우에는 $(P = -\rho)$, $\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = \dot{\rho} = 0$, $\rho =$ 팽창과 무관하게 거의 일정, 우주상수와 유사한 결과를 준다. $(\dot{\phi}(t)^2 \sim V(\phi)$인 경우에는 matter처럼 다뤄질 수도 있고 뒤에 스칼라장의 동역학을 논의할 때 좀 더 자세히 다루도록 한다)

균일하고 등방적인 우주의 팽창

우주의 밀도가 특정 물질에 의해 지배되는 경우 $P = w\rho$ (w = 일정), 그리고 평평한 우주($k = 0$)를 가정할 때 프리드만 방정식은

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3}, \qquad \left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -(1+3w)\frac{4\pi G\rho}{3}$$

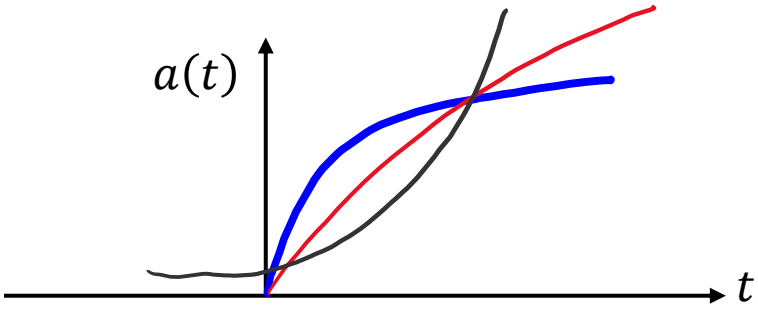
다음과 같은 해를 가진다. $a(t) = (t/t_0)^{\frac{2}{3(w+1)}}$ $(w \neq -1)$, $= e^{H_0(t-t_0)}$ $(w = -1)$

Radiation domination: $a(t) = \sqrt{t/t_0}$, $H(t) = \frac{1}{2t} = \frac{H_0}{a^2}$, $\rho(t) = \frac{\rho_0}{a^4}$

Matter domination: $a(t) = (t/t_0)^{2/3}$, $H(t) = \frac{2}{3t} = \frac{H_0}{a^{3/2}}$, $\rho(t) = \frac{\rho_0}{a^3}$

} $t = 0 \Rightarrow$ 특이점 $\rho = \infty$

Cosmological Constant (de Sitter, Positive vacuum energy): $H(t) = H_0$, $\rho(t) = \rho_0$

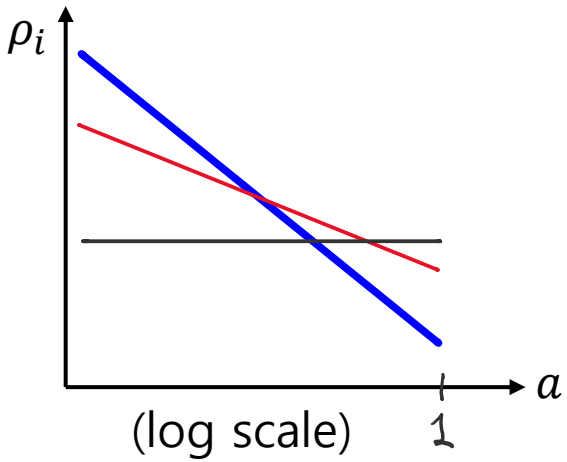


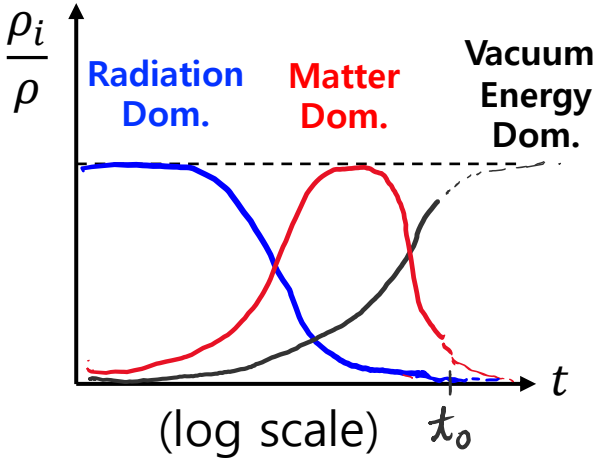
여러 성분을 가진 균일하고 등방적인 우주의 팽창

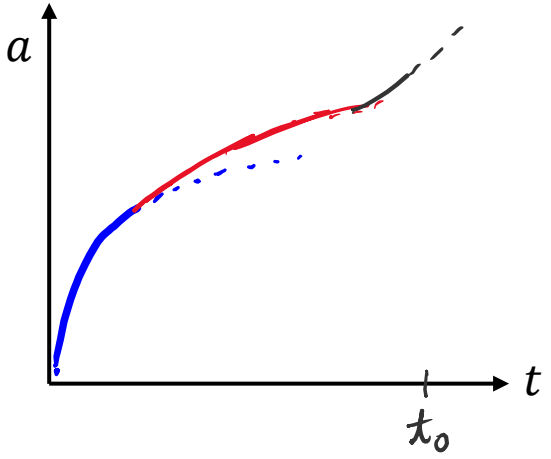
우주를 이루는 성분은 한가지 종류만 있지 않다. 앞에서 언급한 모든 종류가 존재한다면 각 성분에 대해 $\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + P_i) = 0$ 를 만족하므로

$$\rho(t) = \rho_{rad}(t) + \rho_{mat}(t) + \rho_{vac}(t) = \frac{\rho_{rad}(t_0)}{a^4} + \frac{\rho_{mat}(t_0)}{a^3} + \rho_{vac}(t_0) = \rho_0\left(\frac{\Omega_{rad}}{a^4} + \frac{\Omega_{mat}}{a^3} + \Omega_{vac}\right)$$

where $\Omega_i = \rho_i(t_0)/\rho(t_0)$ 이고 우주가 팽창함에 따라 시기적으로 우주를 지배하는 물질의 종류가 달라지고 우주의 팽창 정도에 아래와 같이 영향을 끼친다.

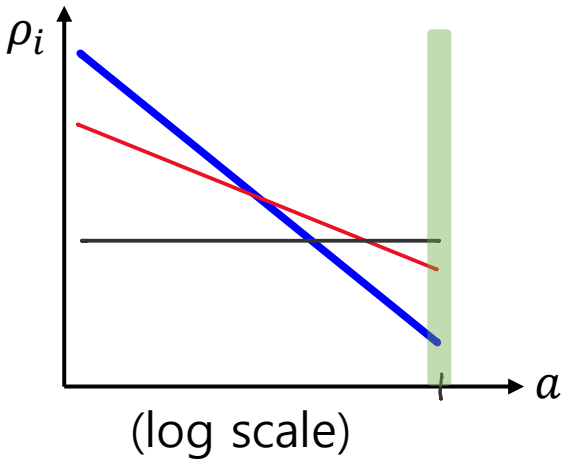




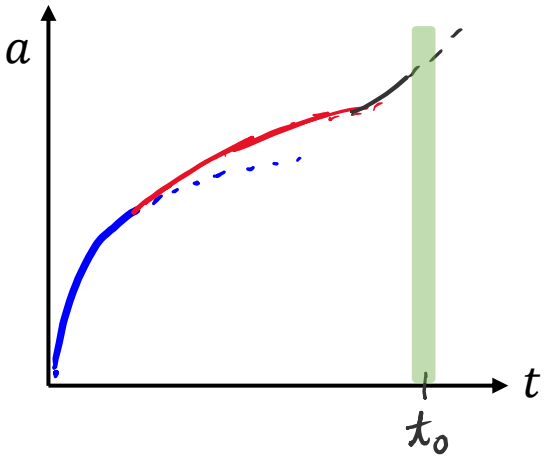


우주 팽창의 역사

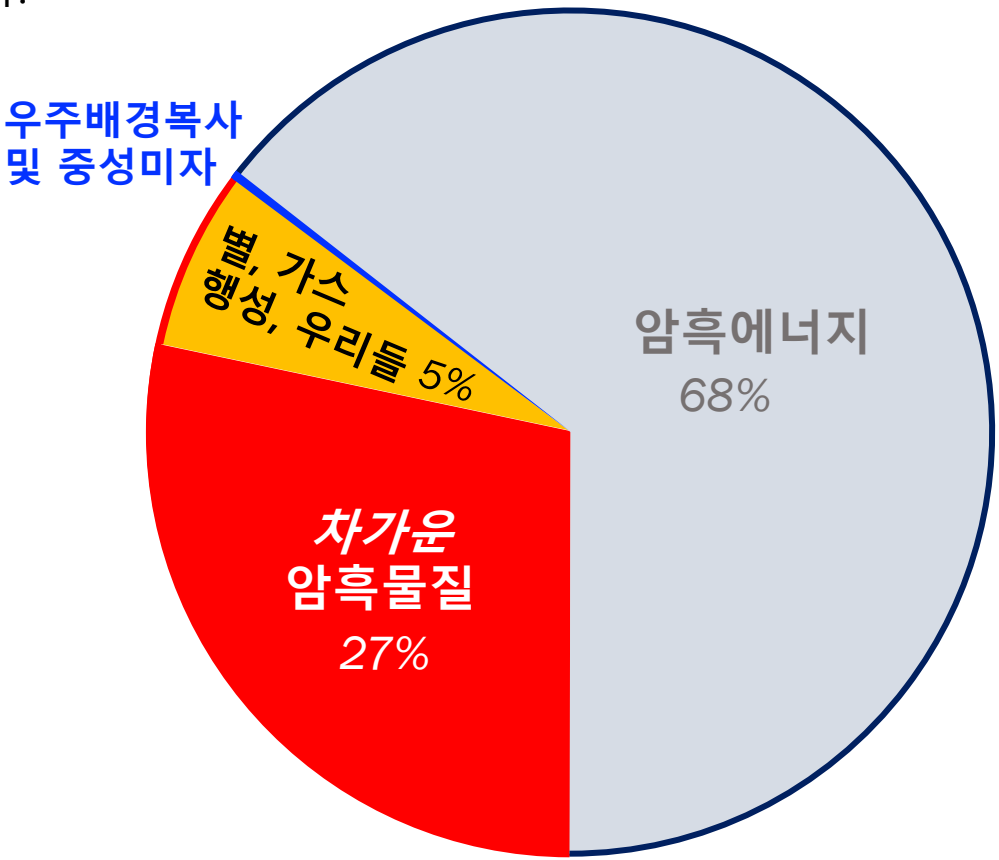
우주의 전체 평균 에너지와 팽창의 진화를
균일하고 등방적인 우주 내에서의 적절한
물질의 구성 성분으로 쉽게 이해할 수 있다.



(log scale)

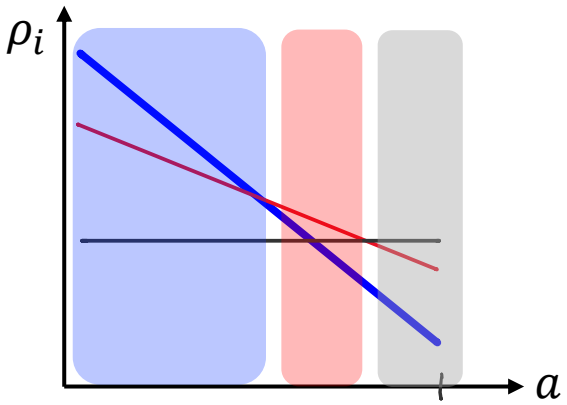


우주의 구성 성분 (현재)

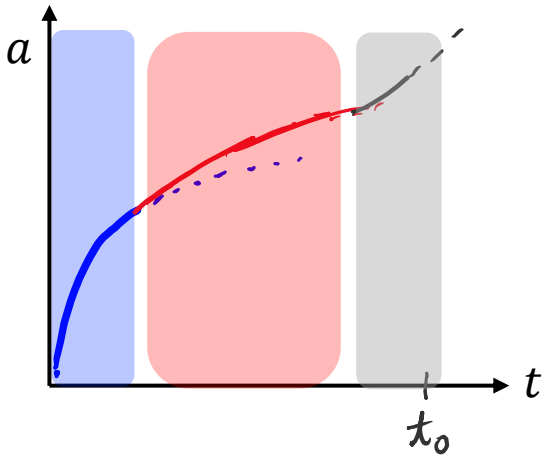


우주 팽창의 역사

우주의 전체 평균 에너지와 팽창의 진화를 균일하고 등방적인 우주 내에서의 적절한 물질의 구성 성분으로 쉽게 이해할 수 있다.



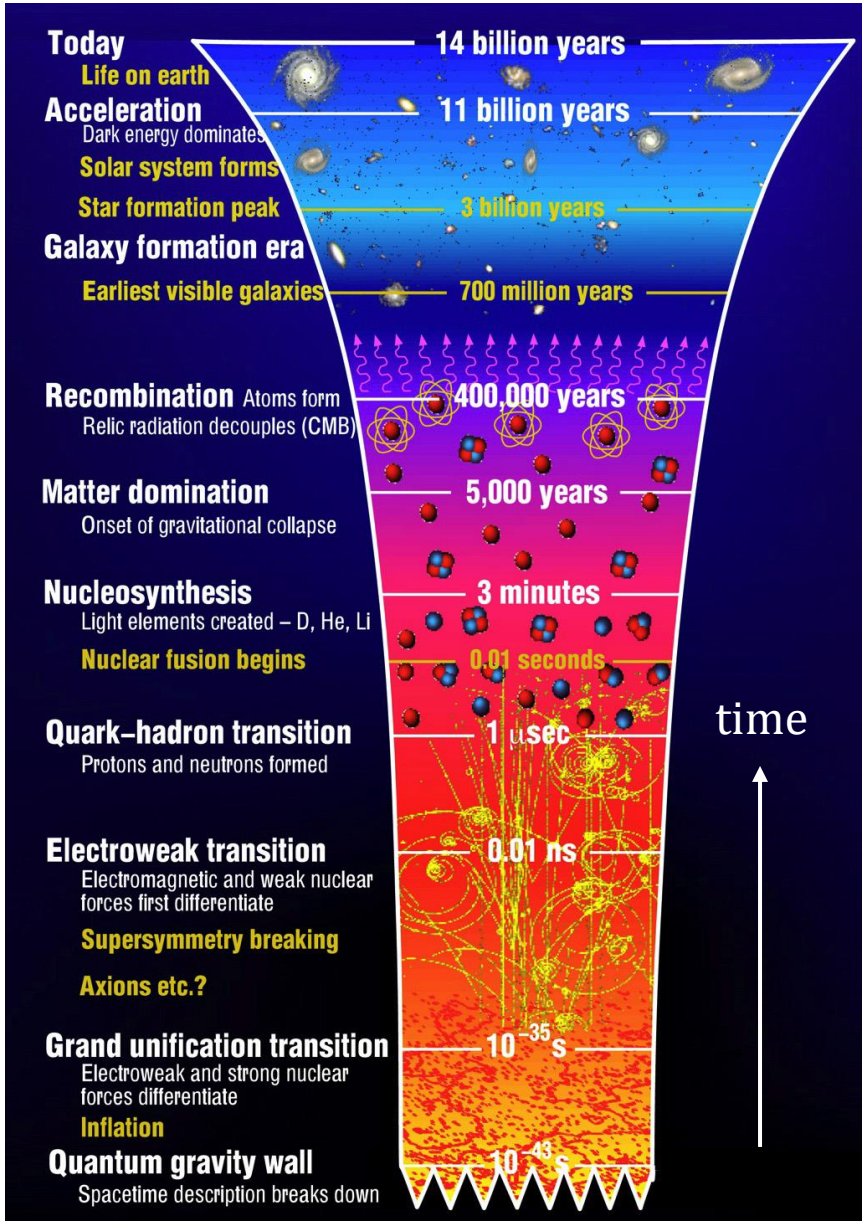
(log scale)



Vacuum Energy Dom.

Matter Dom.

Radiation Dom.

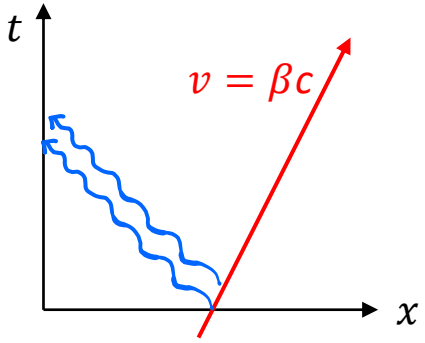


확인학습 : 상대론적 도플러 효과

Spacetime diagram과 빛의 경로 ($ds^2 = 0$) 를 활용하여 상대론적 도플러 효과를 계산할 수 있다.

1) Flat Universe 에서 일정한 속도로 이동하는 광원에서 빛이 나올 때

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + g_{xx}dx^2 = dt^2 - dx^2$$



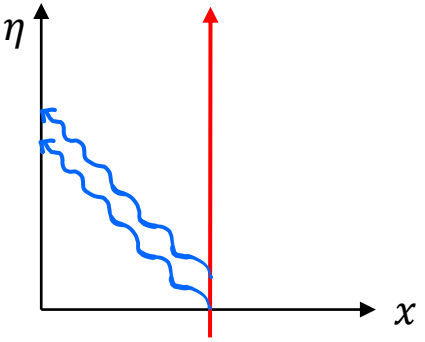
$$f_{emit} = \frac{1}{\Delta t_{emit}}$$

$$f_{obs} = \frac{1}{\Delta t_{obs}} = \frac{1}{\gamma\left(\Delta t_{emit} + \frac{\Delta x_{emit}}{c}\right)} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

2) Expanding Universe 에서 허블 법칙에 따라 멀어지는 광원에서 빛이 나올 때

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + g_{xx}dx^2 = dt^2 - a(t)^2dx^2 = a^2(d\eta^2 - dx^2)$$

$\Delta t = a(t)\Delta\eta$



빛은 null geodesic으로 이동한다는 사실을 바탕으로 우주 팽창에 의한 Redshift를 계산해보기.

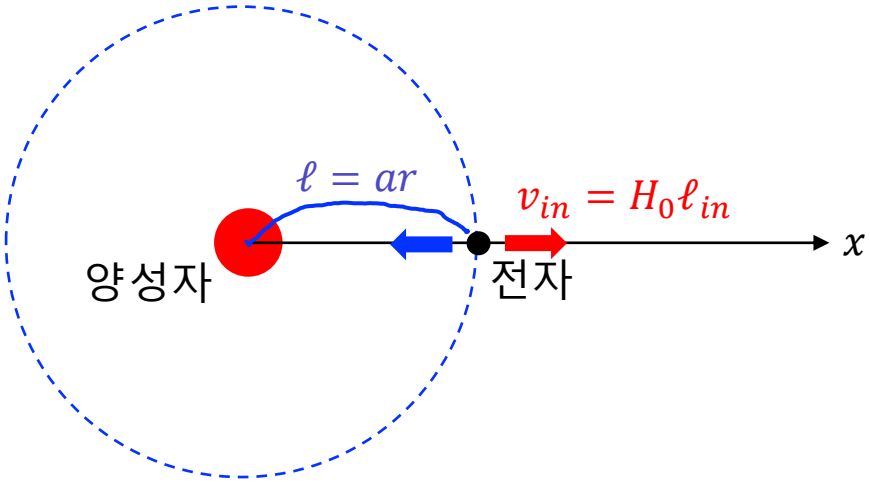
확인학습 : 우주의 팽창을 원자가 느낄 수 있을까?

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) = dt^2 - a(t)^2\left(dr^2 + r^2 d\Omega^2\right)$$

원자의 경우 전기적 인력에 의해서 양성자와 전자가 속박되어 양자역학적 안정상태를 이루고 있다.

$$\phi(\ell) = \frac{\alpha}{\ell}, \qquad \vec{A} = 0$$

from $A_\mu = \left(\phi, \vec{A}\right)$



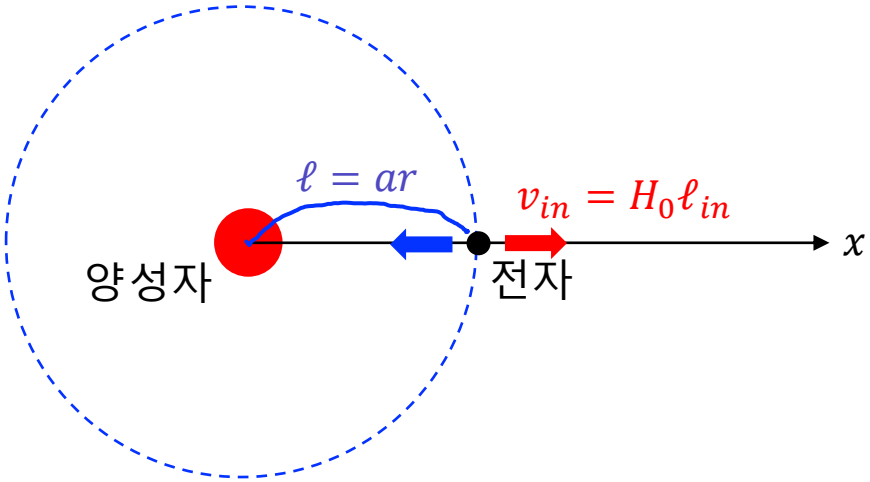
확인학습 : 우주의 팽창을 원자가 느낄 수 있을까?

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) = dt^2 - a(t)^2\left(dr^2 + r^2 d\Omega^2\right)$$

원자의 경우 전기적 인력에 의해서 양성자와 전자가 속박되어 양자역학적 안정상태를 이루고 있다.

$$\phi(\ell) = \frac{\alpha}{\ell}, \qquad \vec{A} = 0$$

from $A_\mu = \left(\phi, \vec{A}\right)$



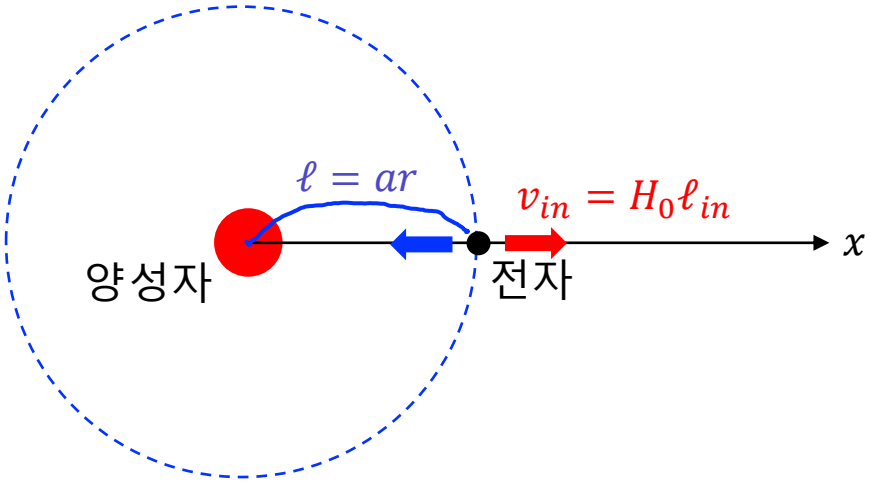
만약 원자가 놓인 공간이 일정한 팽창률 $H_0 = \dot{a}/a$ 로 팽창하고 있다고 할 때, 원자에 속박되어 있는 전자는 과연 원자를 탈출할 수 있을까? 원자의 크기는 그대로일까? 시간에 따라 증가할까?

확인학습 : 우주의 팽창을 원자가 느낄 수 있을까?

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) = dt^2 - a(t)^2\left(dr^2 + r^2 d\Omega^2\right)$$

원자의 경우 전기적 인력에 의해서 양성자와 전자가 속박되어 양자역학적 안정상태를 이루고 있다.

$$\phi(\ell) = \frac{\alpha}{\ell}, \qquad \vec{A} = 0$$
$$\text{from } A_\mu = \left(\phi, \vec{A}\right)$$



만약 원자가 놓인 공간이 일정한 팽창률 $H_0 = \dot{a}/a$ 로 팽창하고 있다고 할 때, 원자에 속박되어 있는 전자는 과연 원자를 탈출할 수 있을까? 원자의 크기는 그대로일까? 시간에 따라 증가할까?

팽창하는 우주에서 양성자가 정지한 좌표계에서의 전자의 작용은 다음과 같이 쓸 수 있다.

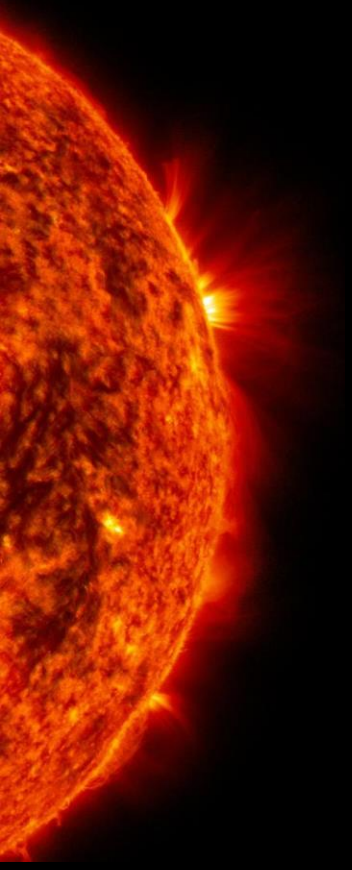
$$S = -m_e \int ds - q_e \int dx^\mu A_\mu = \int dt\, L = \int dt \left(-m_e \sqrt{1 - a^2 \dot{x}^2} + \phi(ax)\right)$$

최소작용원리를 적용하여 입자의 물리적 거리 ℓ 에 대한 운동방정식을 세울 수 있다. 이러한 논의를 통해 양성자로부터 전자기력을 받는 전자에 미치는 우주 팽창의 효과에 대해 생각해보기.

우주의 온도와 우주 진화의 역사

우주의 온도

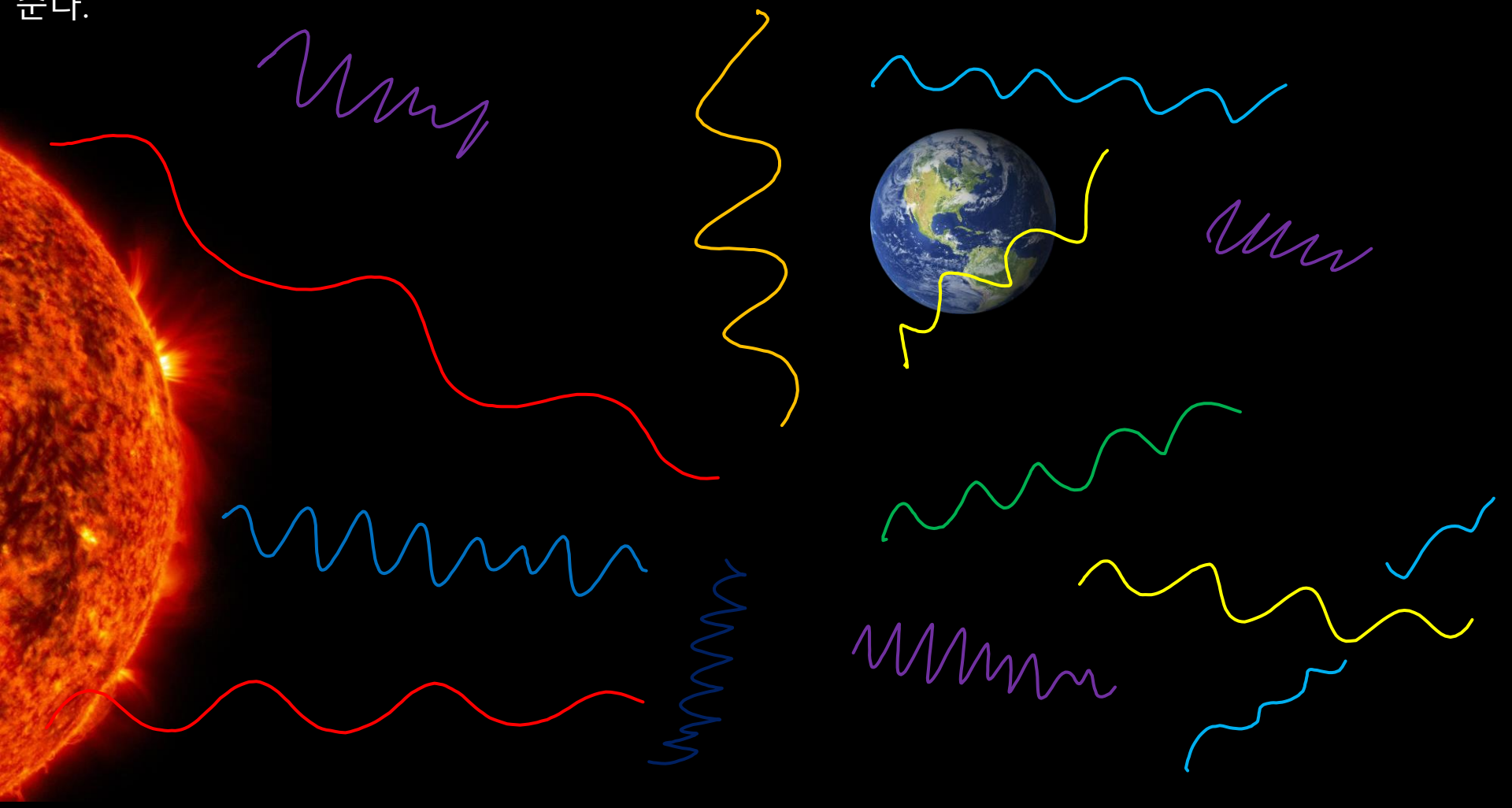
우주의 온도를 정의할 수 있을까? 분명 현재 우주는 열평형 상태가 아니고, 태양 지구 등 온도가 모두 다르기 때문에 그 의미가 모호하다. 하지만 우주적 관점에서 볼 때 우주 전역에 고르게 분포할 것으로 여겨지는 "우주 배경 복사"의 발견은 과거에 전우주가 뜨거운 열평형 상태에 있었음을 말해준다.





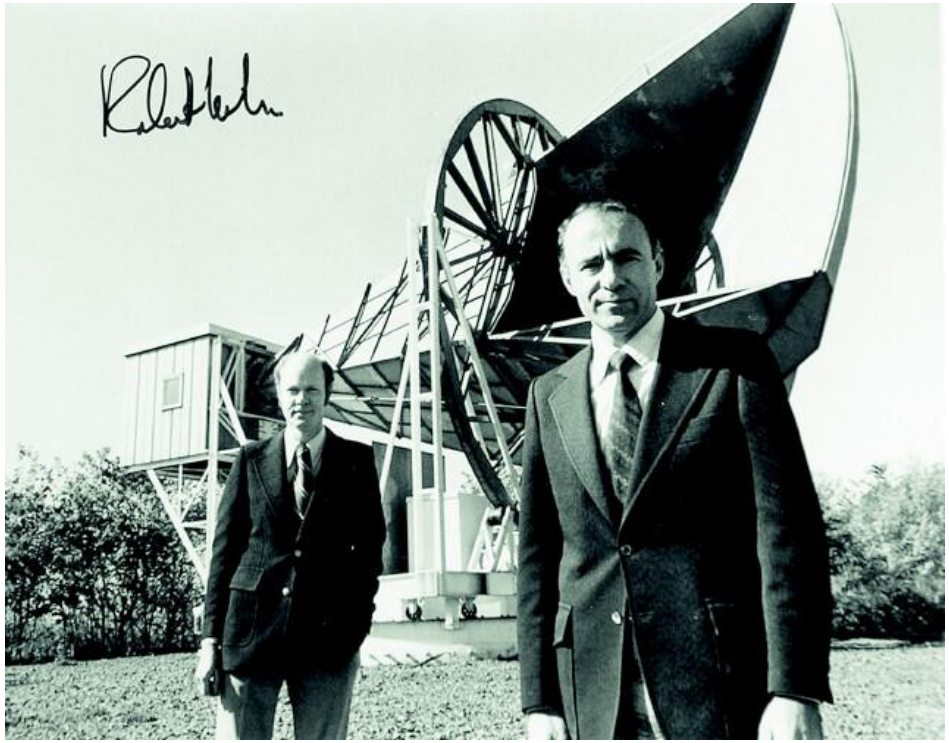
우주의 온도

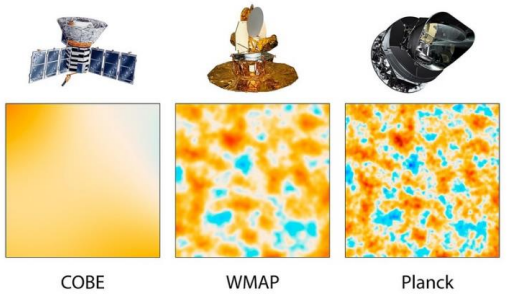
우주의 온도를 정의할 수 있을까? 분명 현재 우주는 열평형 상태가 아니고, 태양 지구 등 온도가 모두 다르기 때문에 그 의미가 모호하다. 하지만 우주적 관점에서 볼 때 우주 전역에 고르게 분포할 것으로 여겨지는 "우주 배경 복사"의 발견은 과거에 전우주가 뜨거운 열평형 상태에 있었음을 말해준다.



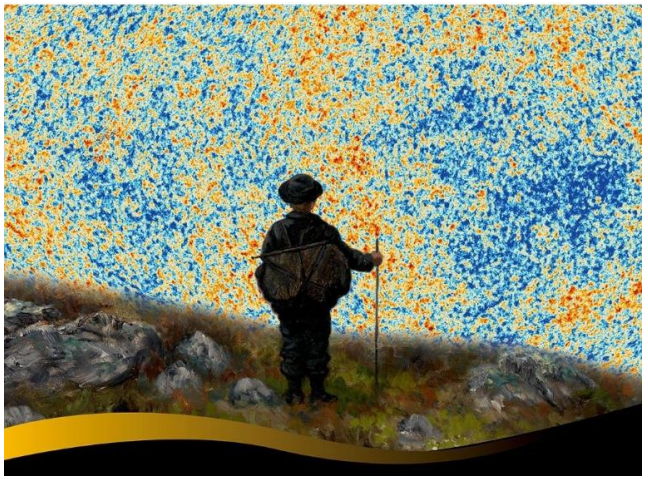
우주의 온도

1965년 Penzias와 Wilson은 태양 등 별에서 나오는 빛이 아닌 원인을 알 수 없는 **우주 배경으로 존재하는 전자기파**의 존재를 발견한다. 그 이후 COBE, WMAP, Planck 등의 위성과 지상 망원경을 통해 해당 전파 (우주배경복사)를 매우 정밀하게 측정하게 된다.



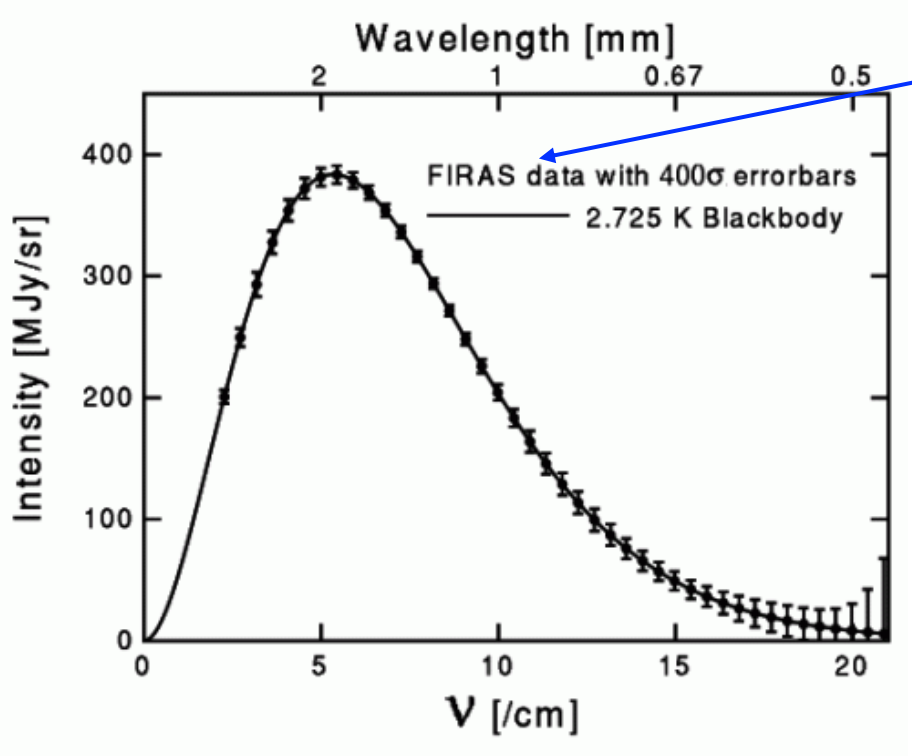


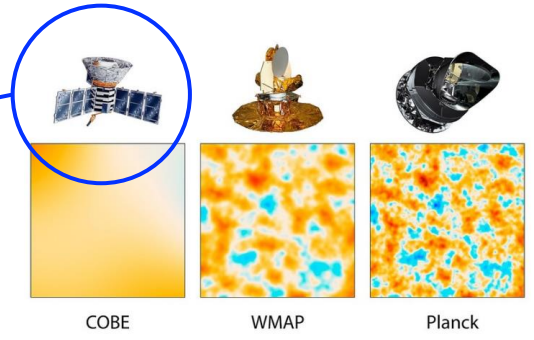
A comparison of different satellite sensitivities for measuring the CMB. image: wikipedia



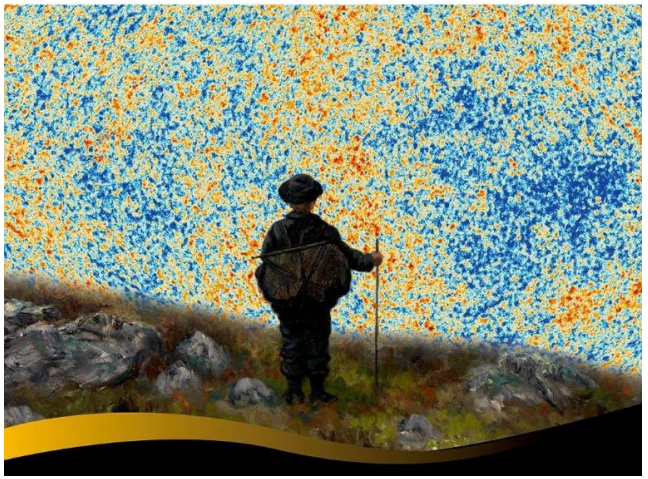
우주의 온도

1965년 Penzias와 Wilson은 태양 등 별에서 나오는 빛이 아닌 원인을 알 수 없는 **우주 배경으로 존재하는 전자기파**의 존재를 발견한다. 그 이후 COBE, WMAP, Planck 등의 위성과 지상 망원경을 통해 해당 전파 (우주배경복사)를 매우 정밀하게 측정하게 된다.





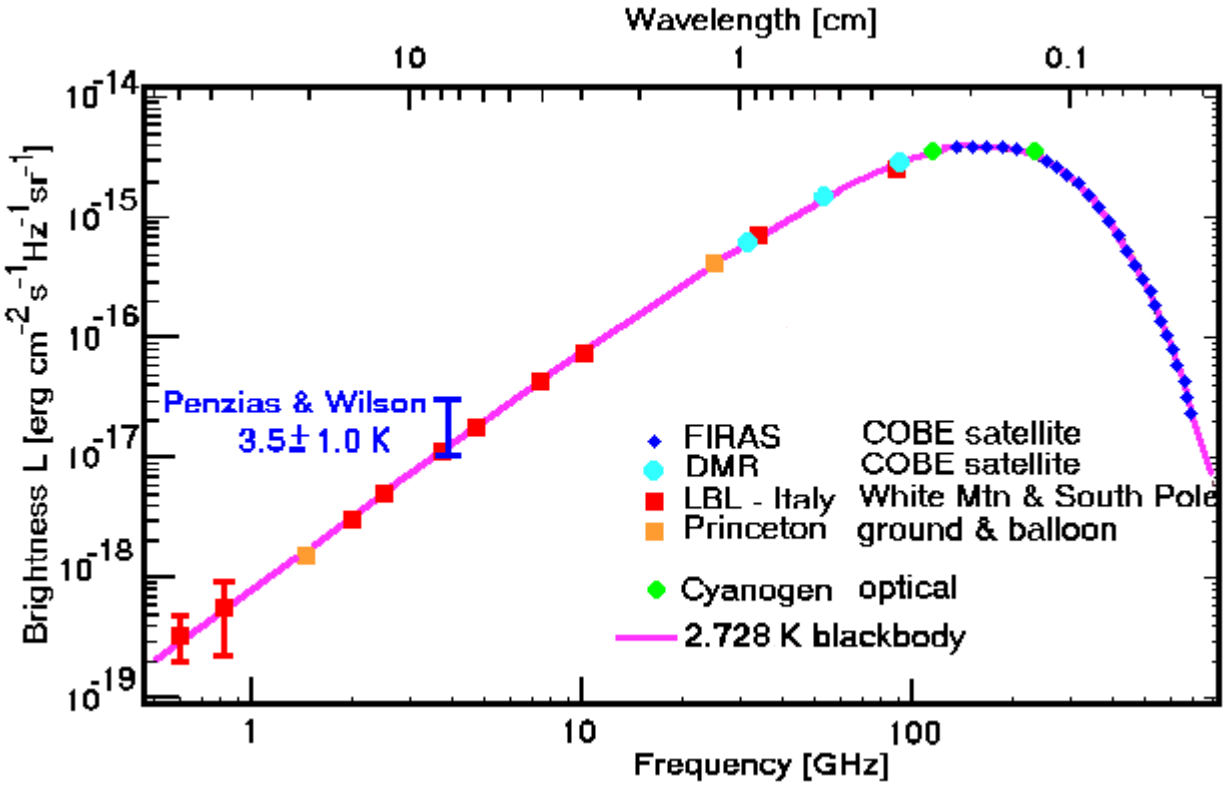
A comparison of different satellite sensitivities for measuring the CMB. image: wikipedia



$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

우주의 온도

1965년 Penzias와 Wilson은 태양 등 별에서 나오는 빛이 아닌 원인을 알 수 없는 **우주 배경으로 존재하는 전자기파**의 존재를 발견한다. 그 이후 COBE, WMAP, Planck 등의 위성과 지상 망원경을 통해 해당 전파 (우주배경복사)를 매우 정밀하게 측정하게 된다. 다양한 파장에 대한 우주배경복사의 관측은 우주배경복사 매우 정확하게 2.728 Kelvin 의 온도의 플랑크 분포를 보임을 확인할 수 있었다. 이것의 물리적 의미는 무엇인가?



우주의 온도

1965년 Penzias와 Wilson은 태양 등 별에서 나오는 빛이 아닌 원인을 알 수 없는 **우주 배경으로 존재하는 전자기파**의 존재를 발견한다. 그 이후 COBE, WMAP, Planck 등의 위성과 지상 망원경을 통해 해당 전파 (우주배경복사)를 매우 정밀하게 측정하게 된다. 다양한 파장에 대한 우주배경복사의 관측은 우주배경복사 매우 정확하게 2.728 Kelvin 의 온도의 플랑크 분포를 보임을 확인할 수 있었다. 이것의 물리적 의미는 무엇인가? 앞서 말한 것처럼 이는 과거에 빛이 물질과 강하게 상호작용하면서 우주 전체에서 열평형 상태에 있었음을 의미한다.

주어진 온도에서의 빛의 number density :

$$n_\gamma = g_\gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{p/T}-1} = \frac{g_\gamma \zeta(3)}{\pi^2} T^3 \simeq 2 \times 0.12 T^3$$

주어진 온도에서의 빛의 energy density :

$$\rho_\gamma = g_\gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p}{e^{p/T}-1} = \frac{g_\gamma \pi^2}{30} T^4 = 2 \times 0.33\, T^4 = \langle E_\gamma \rangle n_\gamma \Rightarrow \langle E_\gamma \rangle \simeq 2.7T$$

우주의 온도

1965년 Penzias와 Wilson은 태양 등 별에서 나오는 빛이 아닌 원인을 알 수 없는 **우주 배경으로 존재하는 전자기파**의 존재를 발견한다. 그 이후 COBE, WMAP, Planck 등의 위성과 지상 망원경을 통해 해당 전파 (우주배경복사)를 매우 정밀하게 측정하게 된다. 다양한 파장에 대한 우주배경복사의 관측은 우주배경복사 매우 정확하게 2.728 Kelvin 의 온도의 플랑크 분포를 보임을 확인할 수 있었다. 이것의 물리적 의미는 무엇인가? 앞서 말한 것처럼 이는 과거에 빛이 물질과 강하게 상호작용하면서 우주 전체에서 열평형 상태에 있었음을 의미한다.

주어진 온도에서의 빛의 number density :

$$n_\gamma = g_\gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{p/T}-1} = \frac{g_\gamma \zeta(3)}{\pi^2} T^3 \simeq 2 \times 0.12 T^3$$

주어진 온도에서의 빛의 energy density :

$$\rho_\gamma = g_\gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p}{e^{p/T}-1} = \frac{g_\gamma \pi^2}{30} T^4 = 2 \times 0.33\, T^4 = \langle E_\gamma \rangle n_\gamma \Rightarrow \langle E_\gamma \rangle \simeq 2.7T$$

빛의 시간에 따른 진화 과정: $\dot{\rho}_\gamma + 3H(\rho_\gamma + P_\gamma) = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_\gamma \propto \frac{1}{a^4}$

우주의 온도와 우주의 팽창과의 관계 : $\boldsymbol{T \propto \frac{1}{a(t)}}$

우주의 온도

현재 우주배경복사의 온도에 해당하는 광자의 평균 에너지는 다음과 같다.

$$k_B T = 2.3 \times 10^{-4}\text{eV} \left(\frac{T}{2.7\text{K}}\right)$$



우주의 온도

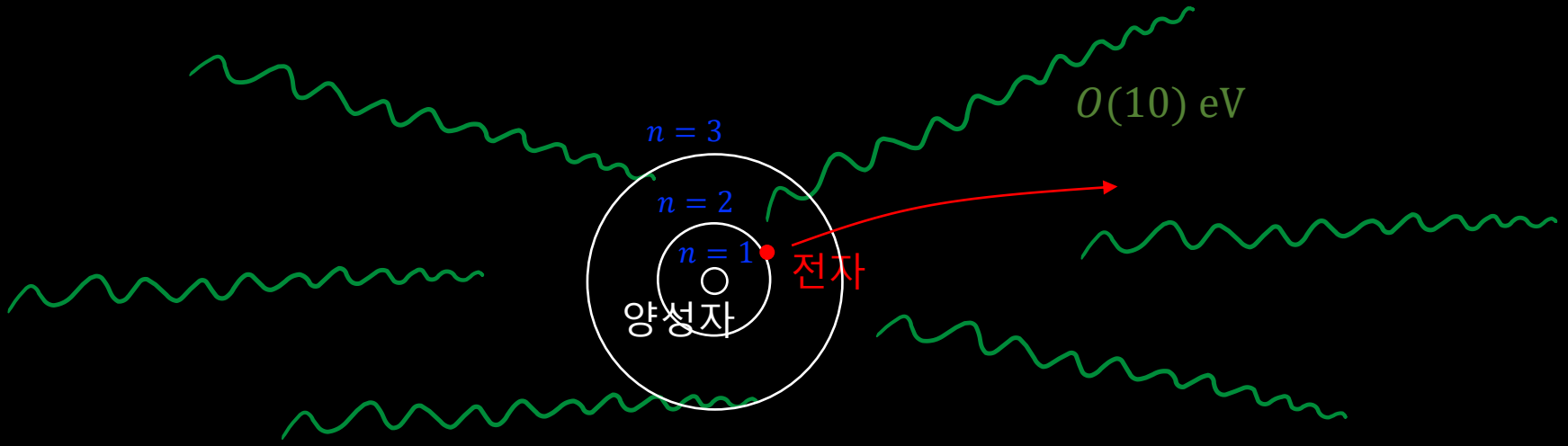
현재 우주배경복사의 온도에 해당하는 광자의 평균 에너지는 다음과 같다.

$$k_B T = 2.3 \times 10^{-4}\text{eV} \left(\frac{T}{2.7\text{K}}\right)$$



$T \propto 1/a$ 를 활용하여 과거 시대에 따른 광자의 에너지를 살펴보면 $z + 1 = a_0/a$

$$z = 10000 \Rightarrow \quad k_B T \sim 2.3\ \text{eV}$$



이는 우주에 존재하는 각종 원자들을 이온화 시켜서 플라즈마 상태로 만들 수 있을 정도로 충분한 온도이다.

우주의 온도

현재 우주배경복사의 온도에 해당하는 광자의 평균 에너지는 다음과 같다.

$$k_B T = 2.3 \times 10^{-4}\text{eV} \left(\frac{T}{2.7\text{K}}\right)$$



$T \propto 1/a$ 를 활용하여 과거 시대에 따른 광자의 에너지를 살펴보면 $z + 1 = a_0/a$

$$z = 10000 \Rightarrow \ k_B T \sim 2.3\ \text{eV}$$

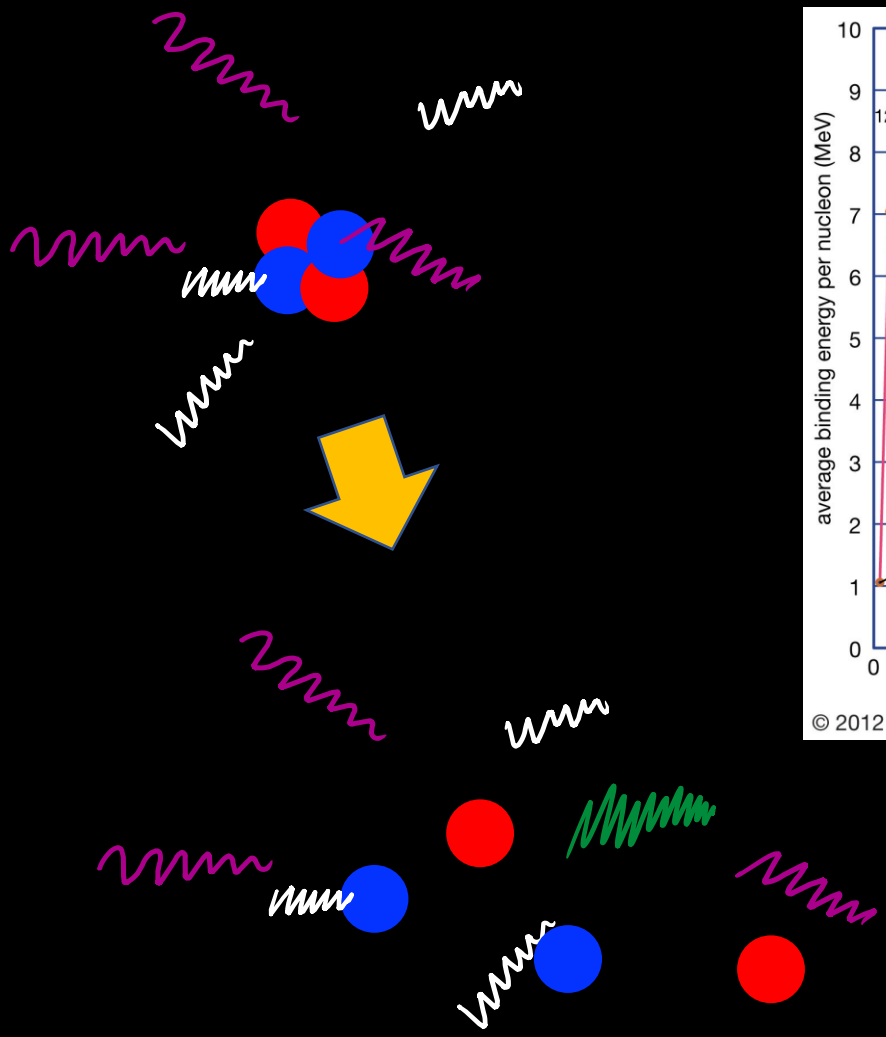


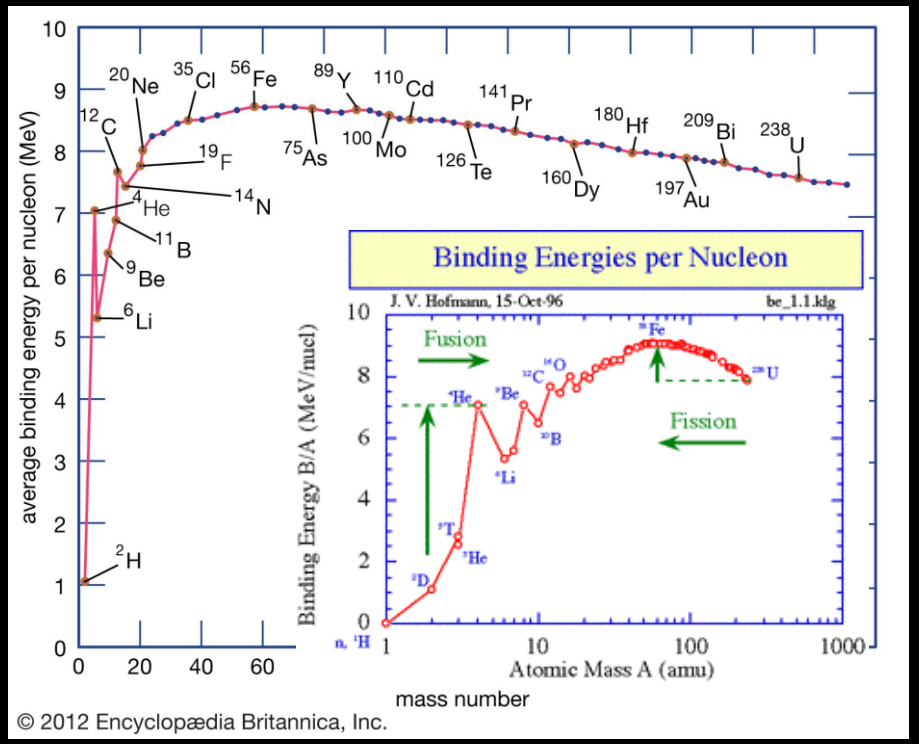
이는 우주에 존재하는 각종 원자들을 이온화 시켜서 플라즈마 상태로 만들 수 있을 정도로 충분한 온도이다.

우주의 온도

$$z = 10^{10} \Rightarrow \quad k_B T \sim 2.3\ \mathrm{MeV}$$

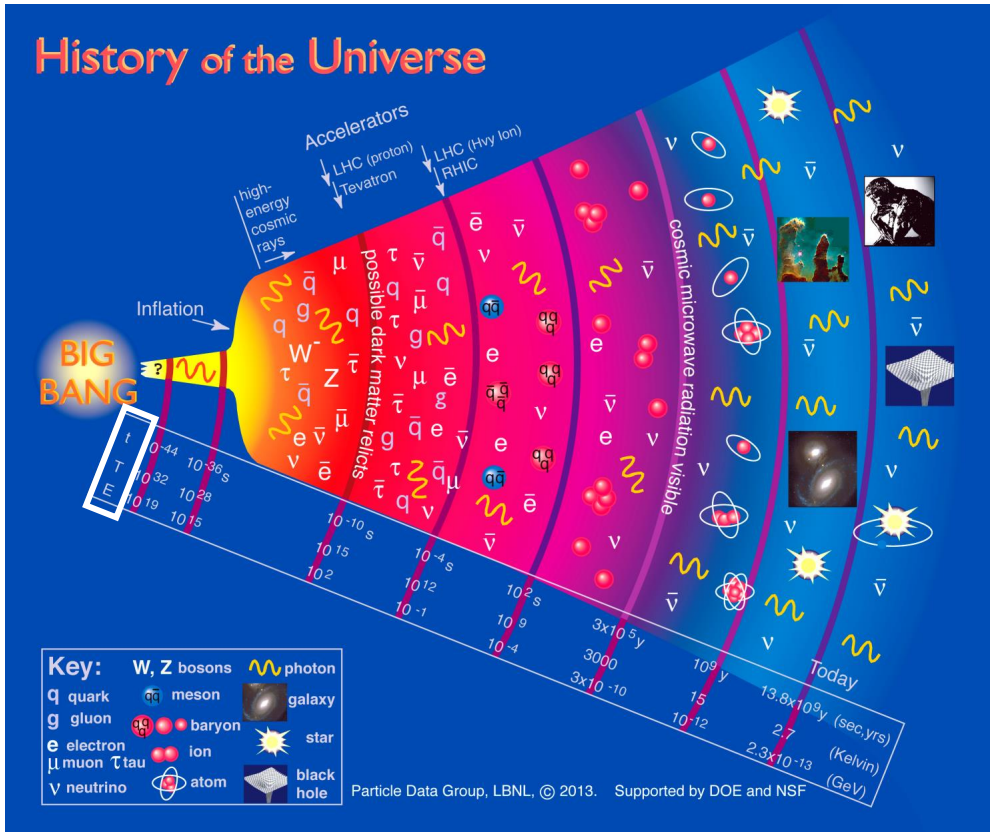
이는 우주에 존재하는 모든 원자핵을 양성자와 중성자로 분해할 수 있을 정도로 높은 온도이다.





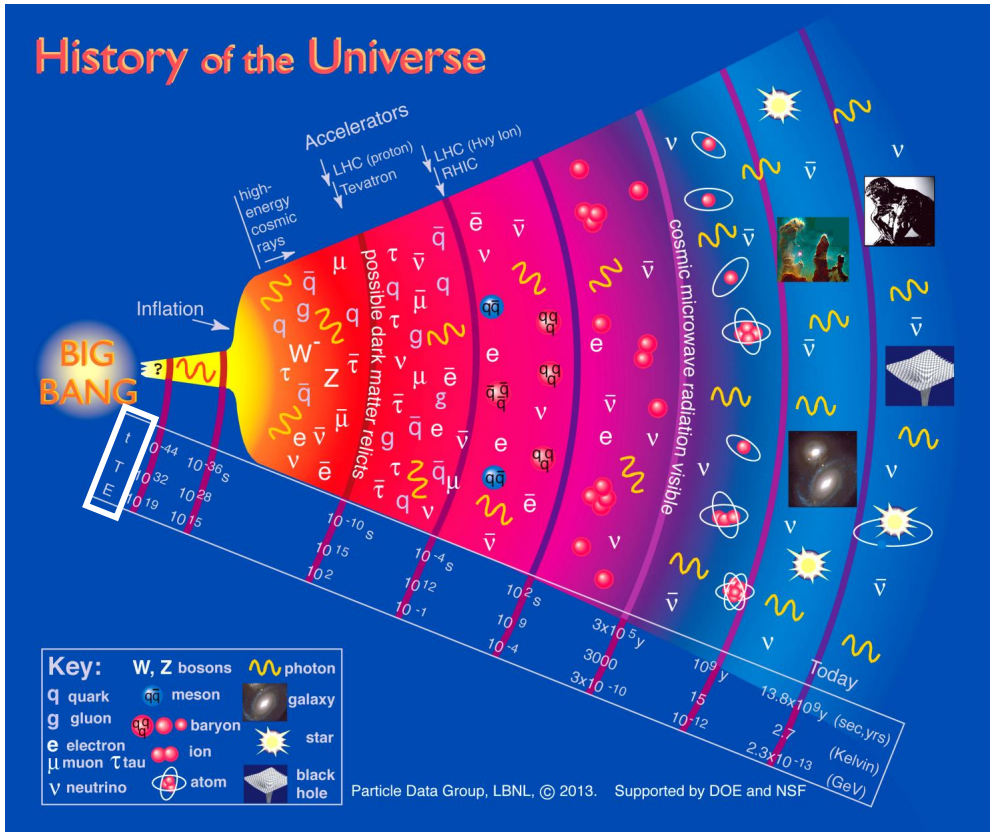
우주의 팽창과 온도 그리고 나이

이렇듯, 지금은 매우 차가운 빛이라 하더라도 초기 우주는 매우 높은 온도를 지니고 있어서 원자는 원자핵과 전자로 분해되고, 원자핵은 양성자와 중성자, 그리고 양성자와 중성자는 각각 쿼크로 분리가 되면서 **가장 기본적인 입자들의 플라즈마로 이뤄진 거대한 열평형상태의 유체**의 형태였음을 쉽게 추론할 수 있다.



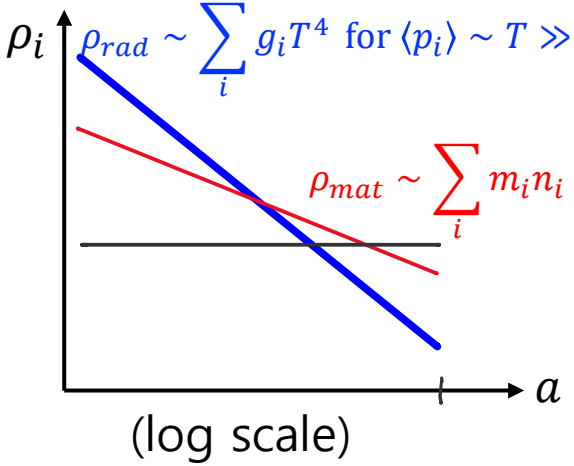
우주의 팽창과 온도 그리고 나이

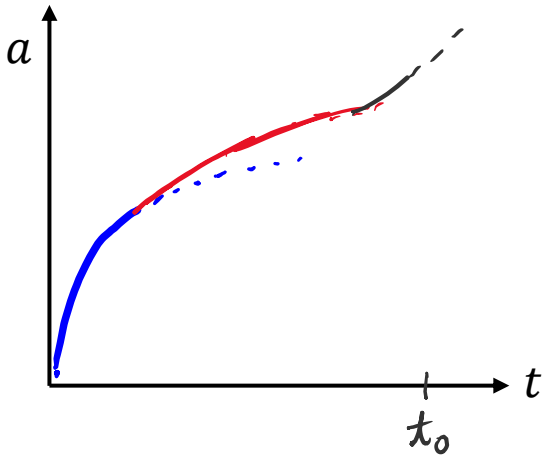
이렇듯, 지금은 매우 차가운 빛이라 하더라도 초기 우주는 매우 높은 온도를 지니고 있어서 원자는 원자핵과 전자로 분해되고, 원자핵은 양성자와 중성자, 그리고 양성자와 중성자는 각각 쿼크로 분리가 되면서 **가장 기본적인 입자들의 플라즈마로 이뤄진 거대한 열평형상태의 유체**의 형태였음을 쉽게 추론할 수 있다. **역으로 그런 고온 고압의 우주가 점점 식어가면서 안정적인 상태로 전환되면서 우주의 구조를 형성하게 됨을 알 수 있다.**



우주의 온도로 보는 우주 성분의 진화

우주가 진화는 우주 온도의 변화 과정으로 이해할 수 있고 **각 에너지 스케일에 따른 물리법칙에 의해 우주의 성분이 진화한다.**

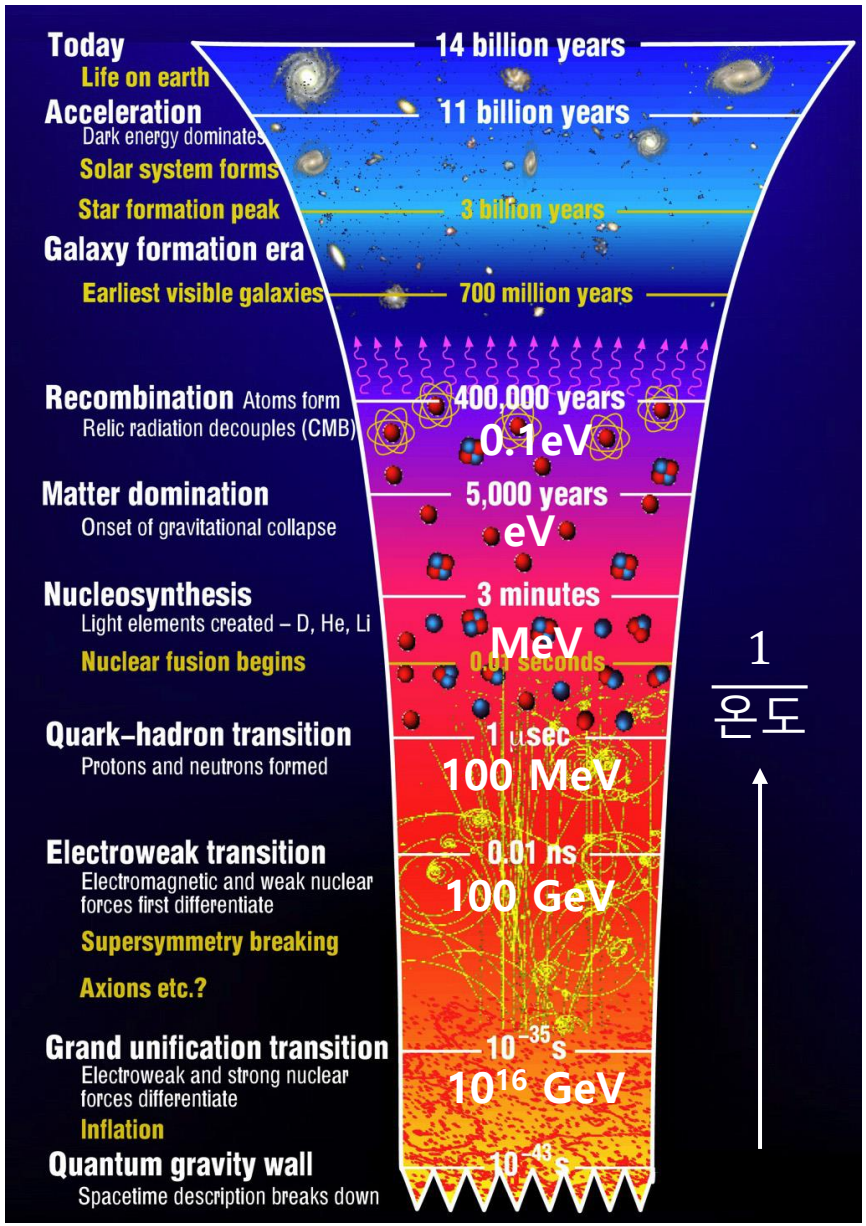




Vacuum Energy Dom.

Matter Dom.

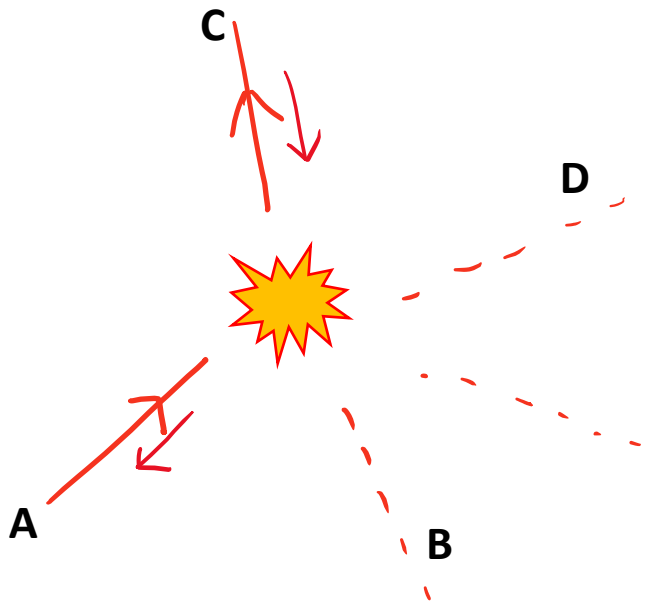
Radiation Dom.



우주의 진화과정에 등장하는 각종 물리현상들

우주의 열적 진화

초기 우주에서는 물질은 지속적으로 생성과 소멸을 반복하면서 열적 평형 상태에 있거나 더 이상 열적 평형상태에 있지 않을 수도 있다.



$$A + B \cdots \leftrightarrow C + D \cdots$$

Q. 다음과 같이 A 입자가 주변 물질들과 상호작용을 하여 생성되거나 소멸하는 상호작용을 생각해 보자. 우주적 관점에서 이러한 상호작용이 열적 평형상태에 있을 조건은 무엇인가?

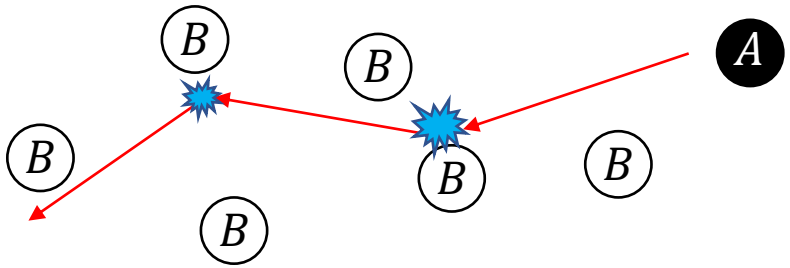
우주의 열적 진화

초기 우주에서는 물질은 지속적으로 생성과 소멸을 반복하면서 열적 평형 상태에 있거나 더 이상 열적 평형상태에 있지 않을 수도 있다.

$$A + B \cdots \leftrightarrow C + D \cdots$$

Q. 다음과 같이 A 입자가 주변 물질들과 상호작용을 하여 생성되거나 소멸하는 상호작용을 생각해 보자. 우주적 관점에서 이러한 상호작용이 열적 평형상태에 있을 조건은 무엇인가?

A 입자 입장에서 생각해보자. A가 생성과 소멸 상호작용이 열적 평형 상태에 있으려면, 주어진 우주의 나이 t 동안, A는 주변의 B 를 만나면서 충분히 상호작용을 하여 소멸되어야 하고 그 역반응도 마찬가지이다.



우주의 열적 진화

초기 우주에서는 물질은 지속적으로 생성과 소멸을 반복하면서 열적 평형 상태에 있거나 더 이상 열적 평형상태에 있지 않을 수도 있다.

$$A + B \cdots \leftrightarrow C + D \cdots$$

Q. 다음과 같이 A 입자가 주변 물질들과 상호작용을 하여 생성되거나 소멸하는 상호작용을 생각해 보자. 우주적 관점에서 이러한 상호작용이 열적 평형상태에 있을 조건은 무엇인가?

A 입자 입장에서 생각해보자. A가 생성과 소멸 상호작용이 열적 평형 상태에 있으려면, 주어진 우주의 나이 t 동안, A는 주변의 B 를 만나면서 충분히 상호작용을 하여 소멸되어야 하고 그 역반응도 마찬가지이다.

1) 단위 시간당 해당 산란이 일어날 확률 (event rate)은 A입장에서의 B 입자의 흐름 (flux) $n_B v_{AB}$ 에 산란 단면적 $\sigma_{A+B\to\cdots}$ 을 곱하는 것으로 주어진다.

$$\Gamma_{A+B\to\cdots}(t) = \sigma_{A+B\to\cdots} n_B v_{AB} = \langle \sigma_{A+B\to\cdots} v_{AB} \rangle n_B$$

2) 열평형 상태에 있기 위해서는 우주의 나이 동안 이러한 이벤트가 매우 많이 발생해야 한다. 즉

$$\Gamma_{A+B\to\cdots}(t)\, t \gg 1 \Rightarrow \quad \Gamma(t) \gg H(t) \quad \text{for} \quad H(t) \sim 1/t$$

우주의 열적 진화

따라서 주어진 우주의 나이에 대해서 해당 상호작용의 열평형 조건은 다음과 같다.

$$\Gamma(t) = \langle \sigma v \rangle n \gg H(t) \quad \text{for} \quad H(t) \sim 1/t$$

일반적으로 우주 초기로 갈수록 산란을 하는 입자의 밀도 n 이 매우 커지므로 $\Gamma(t) \gg H(t)$ 의 조건이 만족되기 쉽고 다양한 상호작용이 가능해진다.

반대로 말하면 온도가 식어가면서

$$\Gamma(t) \ll H(t)$$

가 되기 시작한다면 우주의 팽창 속도 $H(t)$ 가 상호작용이 일어나는 속도 $\Gamma(t)$ 보다 빠르게 되므로 입자는 상호작용할 상대 입자를 찾지 못하게 되어 열평형에 이르지 못하고 "thermal bath"에서 벗어나게 된다. 이러한 순간을 "**freeze-out**" 이라 한다.

우주의 열적 진화

따라서 주어진 우주의 나이에 대해서 해당 상호작용의 열평형 조건은 다음과 같다.

$$\Gamma(t) = \langle\sigma v\rangle n \gg H(t) \quad \text{for } H(t) \sim 1/t$$

일반적으로 우주 초기로 갈수록 산란을 하는 입자의 밀도 n 이 매우 커지므로 $\Gamma(t) \gg H(t)$ 의 조건이 만족되기 쉽고 다양한 상호작용이 가능해진다.

반대로 말하면 온도가 식어가면서

$$\Gamma(t) \ll H(t)$$

가 되기 시작한다면 우주의 팽창 속도 $H(t)$ 가 상호작용이 일어나는 속도 $\Gamma(t)$ 보다 빠르게 되므로 입자는 상호작용할 상대 입자를 찾지 못하게 되어 열평형에 이르지 못하고 "thermal bath"에서 벗어나게 된다. 이러한 순간을 "**freeze-out**" 이라 한다.

예를 들어 $\chi + \chi \to \cdots$ **와 같이 자기와 같은 종류의 입자와 만나 쌍소멸을 하는 상호작용**을 생각해 보면, freeze-out이 되기 전에 열적 평형상태의 양을 유지하다가 그 이후 χ 의 총량은 보존된다.

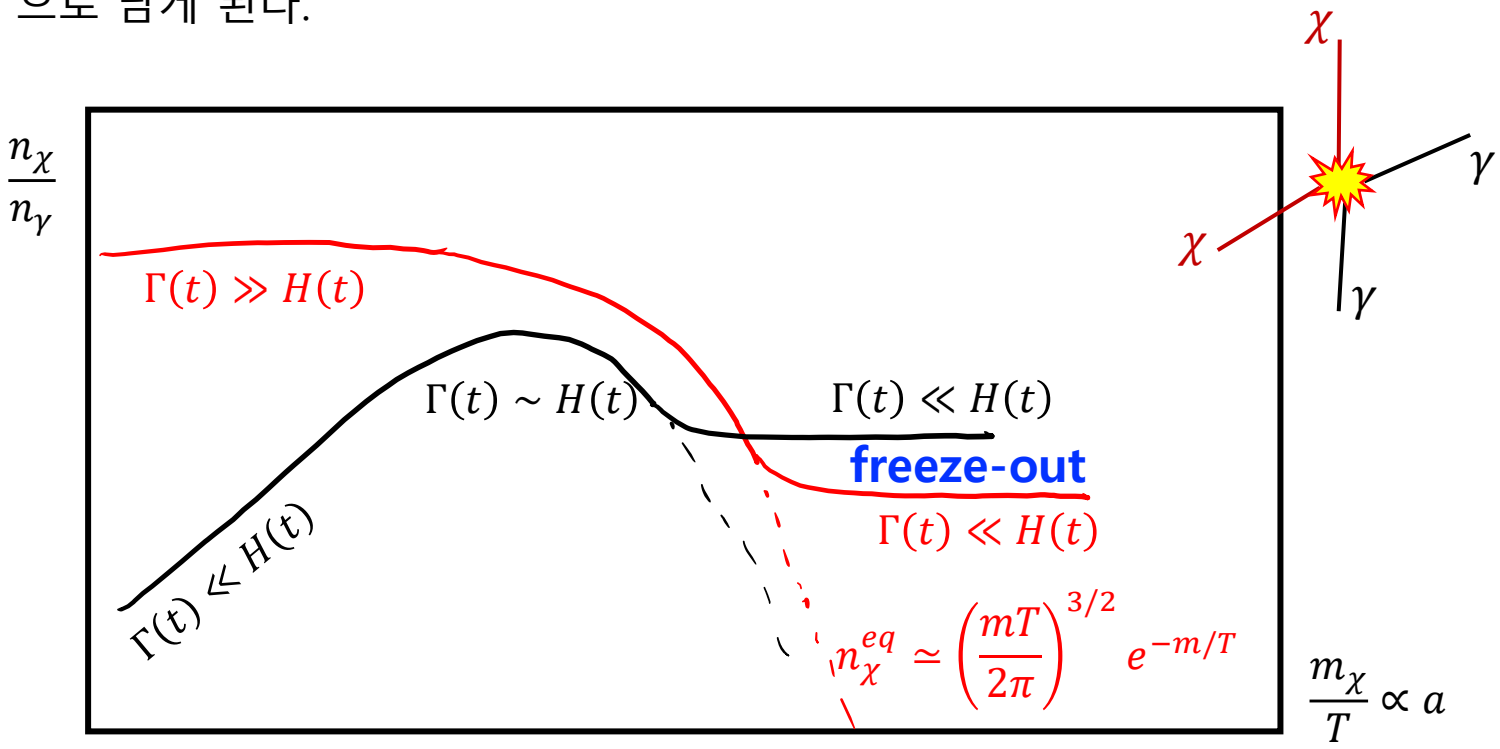
$$\Gamma(t_{\rm fr}) = \langle\sigma v\rangle_{\rm fr}(n_\chi)_{\rm fr} \sim H(t_{\rm fr}) \;\Rightarrow\; (n_\chi)_{\rm fr} = \frac{H(t_{\rm fr})}{\langle\sigma v\rangle_{\rm fr}} \;\Rightarrow\; n_\chi = \frac{H(t_{\rm fr})}{\langle\sigma v\rangle_{\rm fr}}\left(\frac{a_{\rm fr}}{a}\right)^3 \quad \text{for } t > t_{\rm fr}$$

우주의 열적 진화

예를 들어 $\chi + \chi \to \cdots$ **와 같이 자기와 같은 종류의 입자와 만나 쌍소멸을 하는 상호작용**을 생각해 보면, freeze-out이 되기 전에 열적 평형상태의 양을 유지하다가 그 이후 χ 의 총량은 보존된다.

$$\Gamma(t_{\rm fr}) = \langle\sigma v\rangle_{\rm fr}(n_\chi)_{\rm fr} \sim H(t_{\rm fr}) \;\Rightarrow\; (n_\chi)_{\rm fr} = \frac{H(t_{\rm fr})}{\langle\sigma v\rangle_{\rm fr}} \;\Rightarrow\; n_\chi = \frac{H(t_{\rm fr})}{\langle\sigma v\rangle_{\rm fr}}\left(\frac{a_{\rm fr}}{a}\right)^3 \quad \text{for } t > t_{\rm fr}$$

이렇게 열적 평형상태에서 벗어난 입자 χ 는 만약 충분히 안정적이라면 그 수가 보존되면서 현재 우주의 relic 으로 남게 된다.



우주의 열적 진화

예를 들어 $\chi + \chi \to \cdots$ **와 같이 자기와 같은 종류의 입자와 만나 쌍소멸을 하는 상호작용**을 생각해 보면, freeze-out이 되기 전에 열적 평형상태의 양을 유지하다가 그 이후 χ 의 총량은 보존된다.

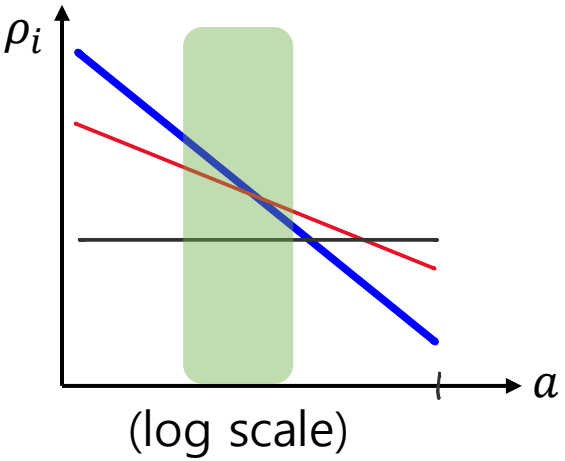
$$\Gamma(t_{\rm fr}) = \langle\sigma v\rangle_{\rm fr}(n_\chi)_{\rm fr} \sim H(t_{\rm fr}) \;\Rightarrow\; (n_\chi)_{\rm fr} = \frac{H(t_{\rm fr})}{\langle\sigma v\rangle_{\rm fr}} \;\Rightarrow\; n_\chi = \frac{H(t_{\rm fr})}{\langle\sigma v\rangle_{\rm fr}}\left(\frac{a_{\rm fr}}{a}\right)^3 \quad \text{for } t > t_{\rm fr}$$

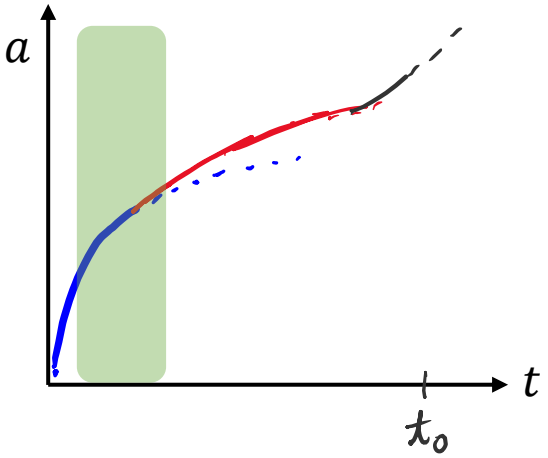
이렇게 열적 평형상태에서 벗어난 입자 χ 는 만약 충분히 안정적이라면 그 수가 보존되면서 현재 우주의 relic 으로 남게 된다.

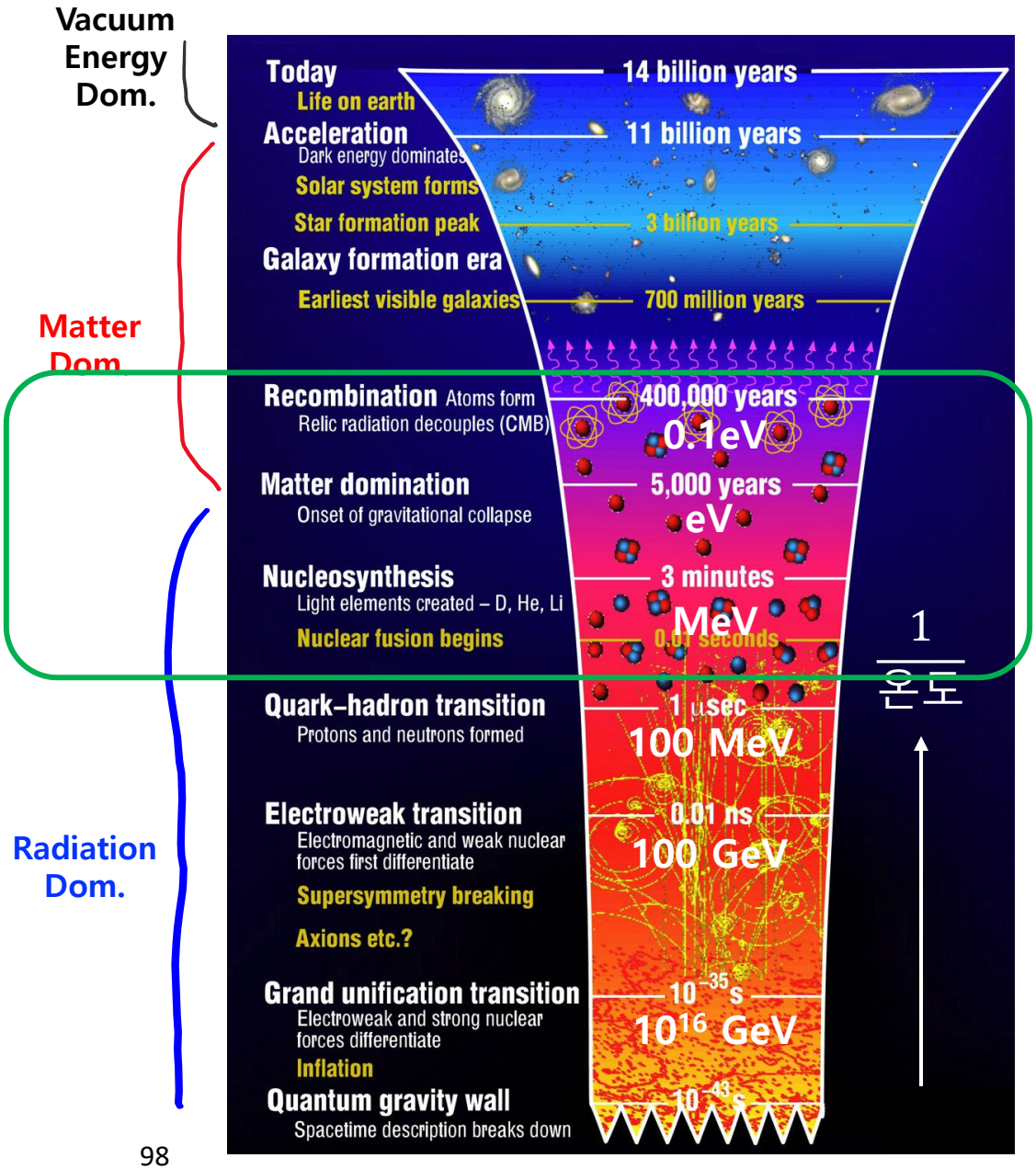
이러한 것처럼 우주의 팽창을 통해 온도가 낮아지면서 다양한 상호작용이 열적 평형상태로 들어오거나, 비평형상태로 나가거나 하면서 현재 우주에서 관측하는 다양한 물질의 양을 결정한다. 이를 물리법칙을 통해 계산하고 관측과 비교하면서 우주에 대한 이해를 더 깊게 한다.

우주 탄생 0.01초 후 ~ 40만년 사이

우주 팽창과 진화

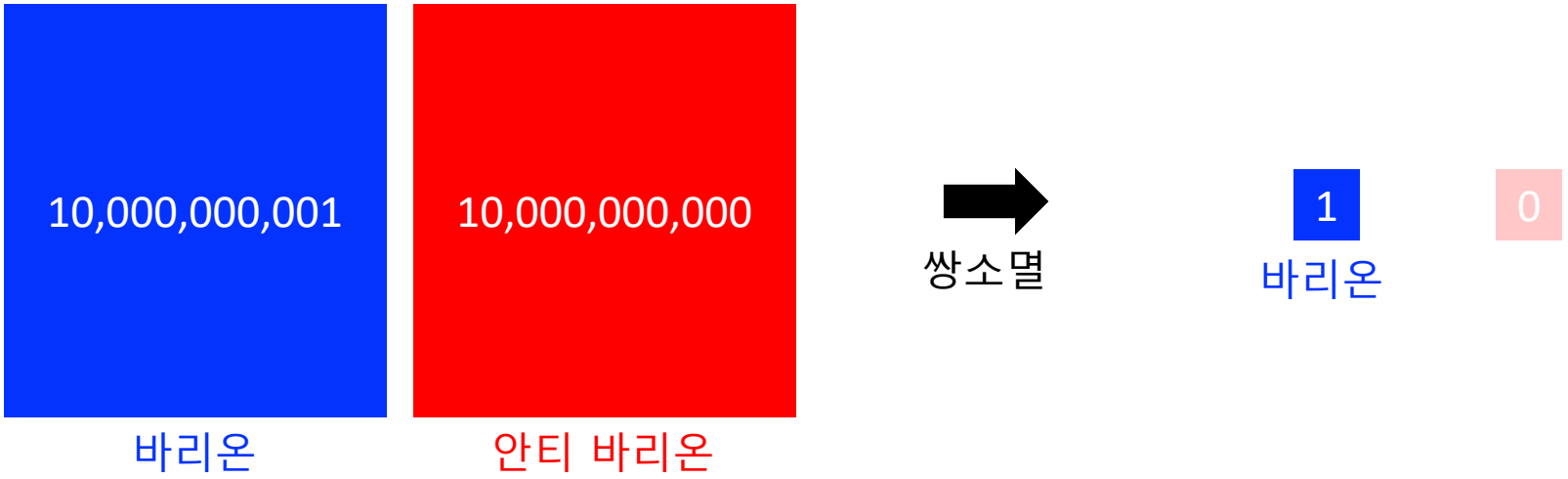

ρ_i
a
(log scale)


a
t
t_0


Vacuum Energy Dom.
Matter Dom
Radiation Dom.
Today
Life on earth
14 billion years
Acceleration
Dark energy dominates
11 billion years
Solar system forms
Star formation peak
3 billion years
Galaxy formation era
Earliest visible galaxies
700 million years
Recombination Atoms form
Relic radiation decouples (CMB)
400,000 years
0.1eV
Matter domination
Onset of gravitational collapse
5,000 years
eV
Nucleosynthesis
Light elements created – D, He, Li
Nuclear fusion begins
3 minutes
MeV
0.01 seconds
Quark–hadron transition
Protons and neutrons formed
1 μsec
100 MeV
Electroweak transition
Electromagnetic and weak nuclear forces first differentiate
0.01 ns
100 GeV
Supersymmetry breaking
Axions etc.?
Grand unification transition
Electroweak and strong nuclear forces differentiate
10^{-35} s
10^{16} GeV
Inflation
Quantum gravity wall
Spacetime description breaks down
10^{-43} s
1
온도

Big Bang Nucleosynthesis (BBN)

우주의 온도가 100 MeV 이하로 떨어지면서 쿼크와 글루온은 핵자에 갇히고 양성자와 중성자 (바리온 Baryon 으로 통칭)가 된다. 또한 그 과정에서 반양성자와 반중성자도 생성이 되는데, 대부분의 바리온과 그 반입자는 쌍소멸을 통해 사라지고 더 이상 쌍소멸을 할 수 없는 바리온들은 그 수를 보존한다.



$$n_B \approx n_{\bar{B}} \left(1 + O\left(10^{-10}\right)\right) \sim n_\gamma$$

$@\ T \gg M_B$

$$n_B \sim 10^{-10} n_\gamma \qquad (n_{\bar{B}} \approx 0)$$

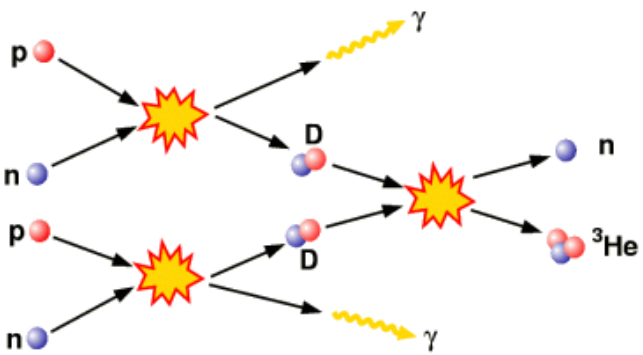
$@\ T \ll M_B \sim 1\ \mathrm{GeV}$

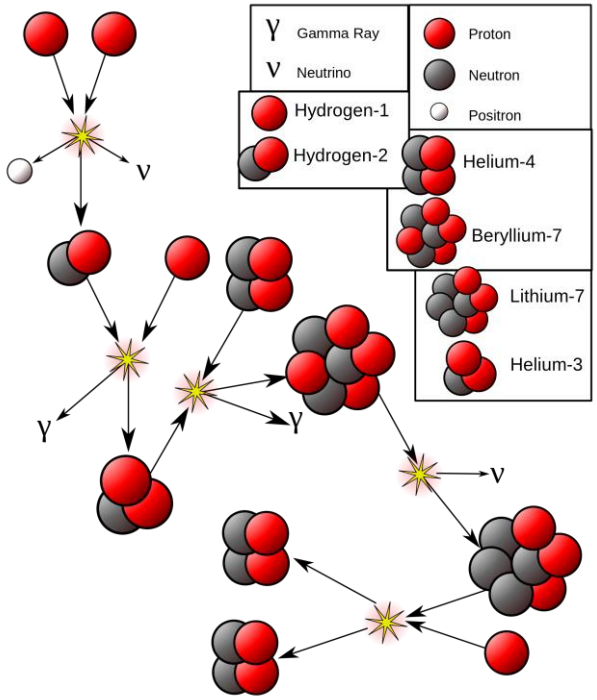
Big Bang Nucleosynthesis (BBN)

우주의 온도가 100 MeV 이하로 떨어지면서 쿼크와 글루온은 핵자에 갇히고 양성자와 중성자 (바리온 Baryon 으로 통칭)가 된다. 또한 그 과정에서 반양성자와 반중성자도 생성이 되는데, 대부분의 바리온과 그 반입자는 쌍소멸을 통해 사라지고 더 이상 쌍소멸을 할 수 없는 바리온들은 그 수를 보존한다.

또한 주어진 바리온의 양에 대해 우주가 식어가면서 자유 양성자와 자유 중성자는 **좀 더 안정적인 핵자들로 속박되는 과정**을 겪게 되고 이 과정 또한 우주가 팽창하면서 상호작용의 효과가 줄어드는 과정을 거치면서 가벼운 핵자들의 양들은 하나 하나 고정된다.

이 과정을 **빅뱅 핵합성**이라 하며 핵물리학의 산란 단면적 결과를 활용하여 꽤 정확하게 계산 가능하다.





Big-Bang Nucleosynthesis: Formation of light elements

Most abundant light elements

are Hydrogen(~ 75%) and Helium (~25%)

But where did they come from???

680 NATURE October 30, 1948 Vol. 162

THE EVOLUTION OF THE UNIVERSE

By Dr. G. GAMOW
George Washington University, Washington, D.C.

THE discovery of the red shift in the spectra of distant stellar galaxies revealed the important fact that our universe is in the state of uniform expansion, and raised an interesting question as to whether the present features of the universe could be understood as the result of its evolutionary development, which must have started a few thousand million years ago from a homogeneous state of extremely high density and temperature. We conclude first of all that the relative abundances of various atomic species (which were found to be essentially the same all over the observed region of the universe) must represent the most ancient archæological document pertaining to the history of the universe. These abundances must have been established during the earliest stages of expansion when the temperature of the primordial matter was still sufficiently high to permit nuclear transformations to run through the entire range of chemical elements. It is also interesting to notice that the observed relative amounts of natural radioactive elements suggest that their nuclei must have been formed (presumably along with all other stable nuclei) rather soon after the beginning of the universal expansion. In fact, we notice that natural radioactive isotopes with the decay periods of many thousand million years (such as uranium-238, thorium-232 and samarium-148) are comparatively abundant, whereas those with decay periods measuring only several hundred million years are extremely rare (as uranium-235 and potassium-40). If, using the known decay periods and natural abundances of these isotopes, we try to calculate the date when they have been about as abundant as the corresponding isotopes of longer life, we find that it must have been a few thousand million years ago, in general agreement with the astronomically determined age of the universe.

The early attempts to explain the observed relative abundances of the elements[1,2] were based on the assumption that the present distribution represents a 'frozen equilibrium state' corresponding to some very high temperature and density in an early stage of universal expansion. Such equilibrium theories lead, however, to the result that the logarithm of the relative abundance must be a linear function of the nuclear binding energy, which in its turn is known to be a linear function of atomic weight. Thus, according to that picture, we would expect a rapid exponential decrease of relative abundances all the way from hydrogen to uranium, in direct contra-

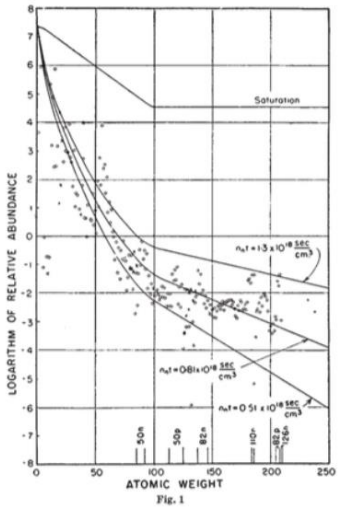


Fig. 1

tion fly beyond any limit) as the result of hypothetical universal collapse preceding the present expansion. In fact, the extremely high pressures obtaining near the point of complete collapse (singular point at $t = 0$) would have squeezed the free electrons into the protons, turning the matter into the state of over-heated neutron fluid. When the expansion began, and the density of neutron gas dropped, the neutrons would be expected to begin decaying again into protons, and more and more complex nuclear aggregates could be built up as the result of the union between the newly formed protons and the neutrons still remaining. Such a building-up process must have started when the temperature of the neutron–proton mixture dropped below a few times 10^{10} ° K., which corresponds to the mutual binding energies of these nuclear particles. The equations governing such a gradual building-up process can evidently be written in the form :

$$\frac{dn_i}{dt} = \lambda_{i-1} n_{i-1} - \lambda_i n_i \quad (i = 1, 2, 3, \ldots), \quad (1)$$

Thermonuclear Reactions in the Expanding Universe

R. A. Alpher and R. Herman
Applied Physics Laboratory, The Johns Hopkins University, Silver Spring, Maryland*
and
G. A. Gamow
The George Washington University, Washington, D. C.
September 15, 1948

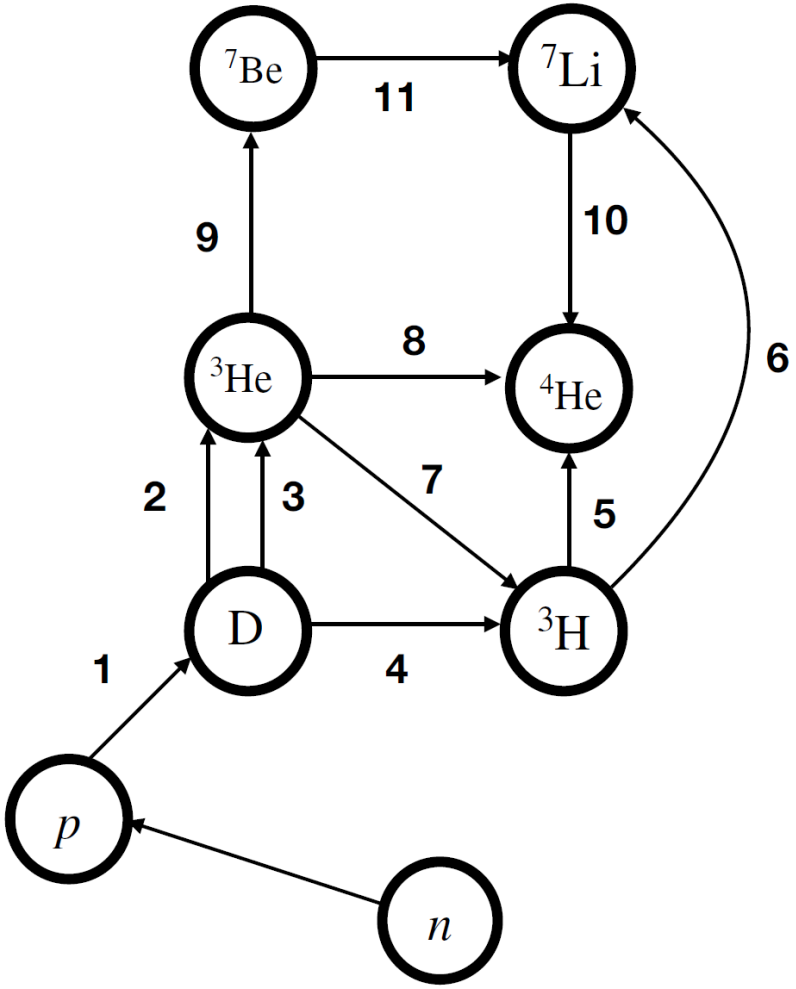
IT has been shown in previous work[1–3] that the observed relative abundances of the elements can be explained satisfactorily by consideration of the building up of nuclei by successive neutron captures during the early stages of the expanding universe. Because of the radioactivity of the neutron, and also because neutrons are used in forming the elements, the building up process must have been completed essentially in a time of the order of several neutron decay periods, i.e., about 10^3–10^4 sec. It should be noted that following the essential completion of the main element forming process, the temperature prevailing

SBBN Processes

Light nuclei (

) in the Universe were made between 1 sec and 10^3sec.

$(\mathrm{D} = {}^2\mathrm{H})$



1. $n + p \rightarrow D + \gamma$
2. $D + p \rightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma$
3. $D + D \rightarrow {}^3\mathrm{He} + n$
4. $D + D \rightarrow {}^3\mathrm{H} + p$
5. $D + {}^3\mathrm{H} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + n$
6. ${}^3\mathrm{H} + {}^4\mathrm{He} \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + \gamma$
7. ${}^3\mathrm{He} + n \rightarrow {}^3\mathrm{H} + p$
8. ${}^3\mathrm{He} + D \rightarrow {}^4\mathrm{He} + p$
9. ${}^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \rightarrow {}^7\mathrm{Be} + \gamma$
10. ${}^7\mathrm{Li} + p \rightarrow {}^4\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He}$
11. ${}^7\mathrm{Be} + n \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + p$

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = (6.104 \pm 0.058) \times 10^{-10}$$

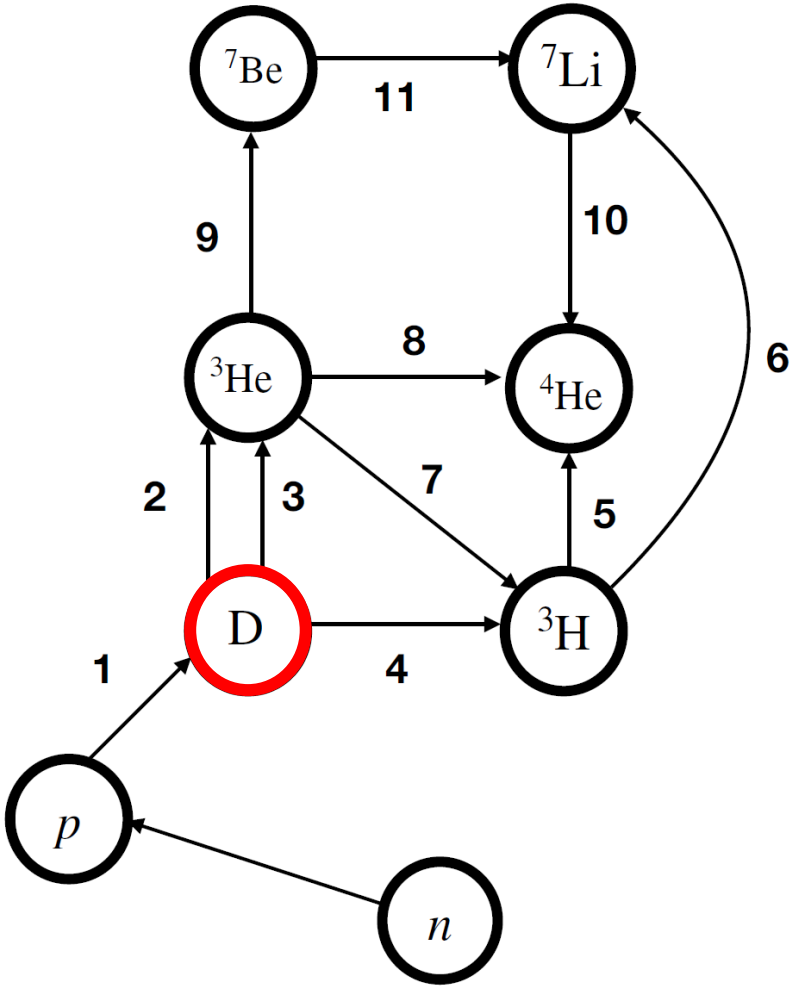
$$\tau_n = 879.4 \pm 0.6 \text{ sec}$$

SBBN Processes

Light nuclei (

) in the Universe were made between 1 sec and 10^3sec.

$(\mathrm{D} = {}^2\mathrm{H})$



1. $n + p \rightarrow D + \gamma$
2. $D + p \rightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma$
3. $D + D \rightarrow {}^3\mathrm{He} + n$
4. $D + D \rightarrow {}^3\mathrm{H} + p$
5. $D + {}^3\mathrm{H} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + n$
6. ${}^3\mathrm{H} + {}^4\mathrm{He} \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + \gamma$
7. ${}^3\mathrm{He} + n \rightarrow {}^3\mathrm{H} + p$
8. ${}^3\mathrm{He} + D \rightarrow {}^4\mathrm{He} + p$
9. ${}^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \rightarrow {}^7\mathrm{Be} + \gamma$
10. ${}^7\mathrm{Li} + p \rightarrow {}^4\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He}$
11. ${}^7\mathrm{Be} + n \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + p$

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = (6.104 \pm 0.058) \times 10^{-10}$$

$$\tau_n = 879.4 \pm 0.6 \text{ sec}$$

Big Bang Nucleosynthesis (BBN)

Light nuclei (

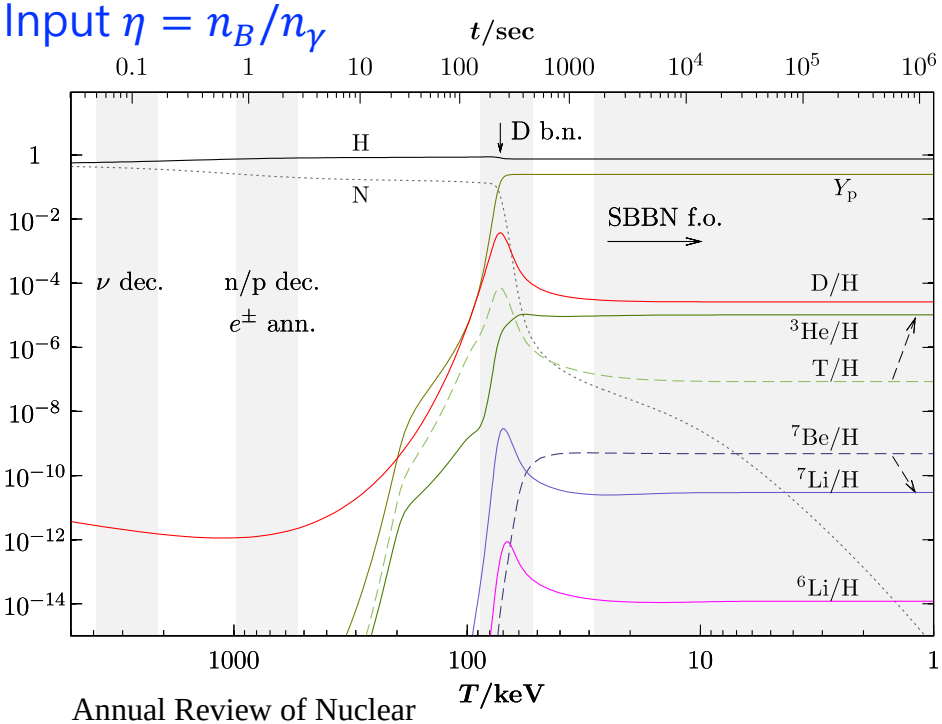
) in the Universe were made between 1 sec and 10^3sec.

$(\mathrm{D} = {}^2\mathrm{H})$

$E_{\mathrm{bind}}(\mathrm{D}) = 2.3$ MeV

$$\mathrm{p} + \mathrm{n} \longrightarrow {}^2\mathrm{H} + \gamma$$
$$\mathrm{p} + {}^2\mathrm{H} \longrightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma$$
$${}^2\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} \longrightarrow {}^3\mathrm{He} + \mathrm{n}$$
$${}^2\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} \longrightarrow {}^3\mathrm{H} + \mathrm{p}$$
$${}^3\mathrm{He} + {}^2\mathrm{H} \longrightarrow {}^4\mathrm{He} + \mathrm{p}$$
$${}^3\mathrm{H} + {}^2\mathrm{H} \longrightarrow {}^4\mathrm{He} + \mathrm{n}$$

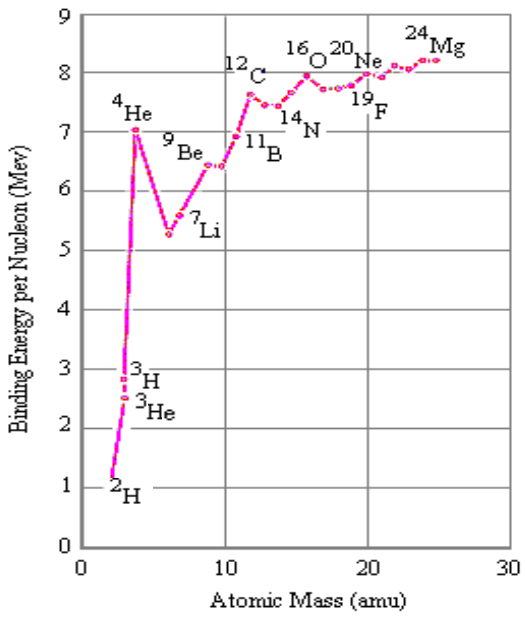
Input $\eta = n_B/n_\gamma$



$Y_p \equiv \rho(^4\mathrm{He})/\rho_B$

Annual Review of Nuclear and Particle Science, 60:539-568, 2010

더 안정적



Assumptions of SBBN

Universe is homogeneous and isotropic



Friedmann Equations: $H^2 = \frac{\rho_{tot}}{3M_P^2}, \qquad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{2M_P^2}(\rho_{tot} + 3P_{tot})$

Assumptions of SBBN

Universe is homogeneous and isotropic



Friedmann Equations: $H^2 = \frac{\rho_{tot}}{3M_P^2}, \qquad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{2M_P^2}(\rho_{tot} + 3P_{tot})$

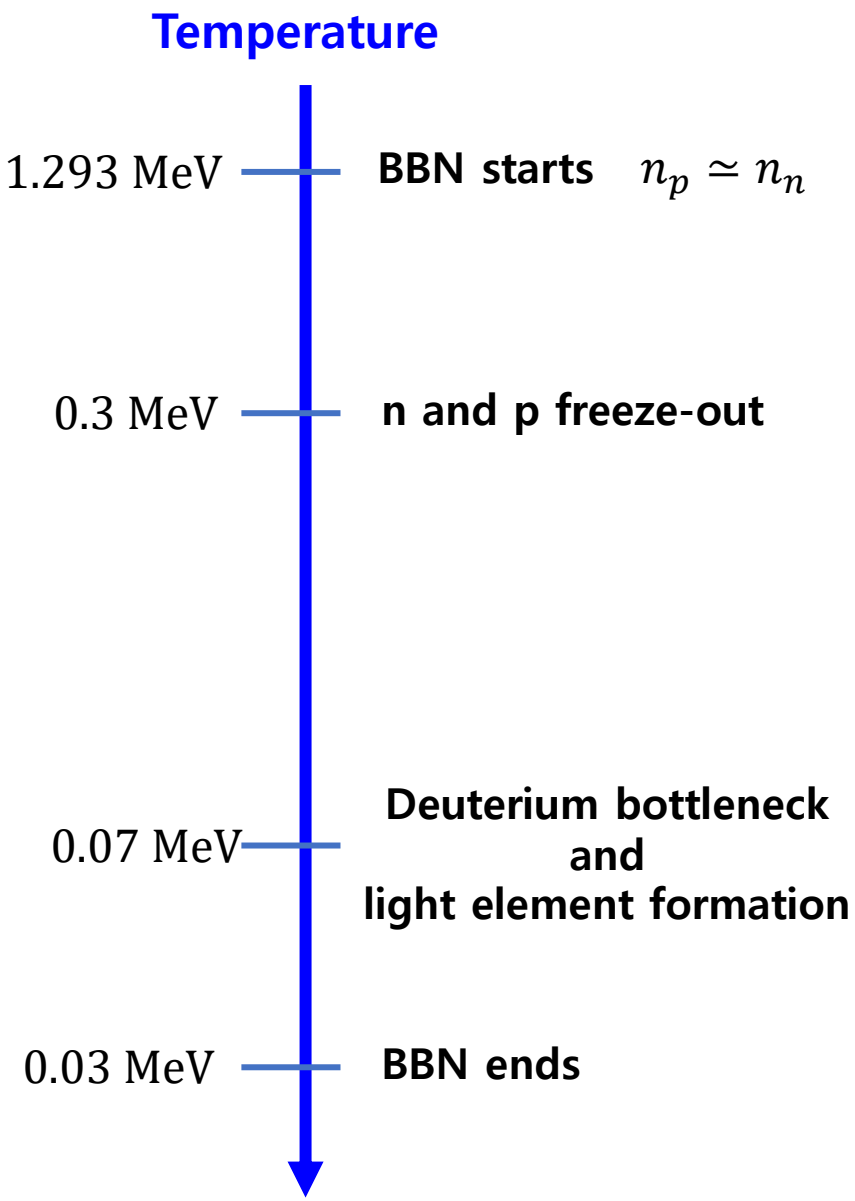


Energy density of the Universe is dominated by radiation: $a(t) = \sqrt{t/t_0}$

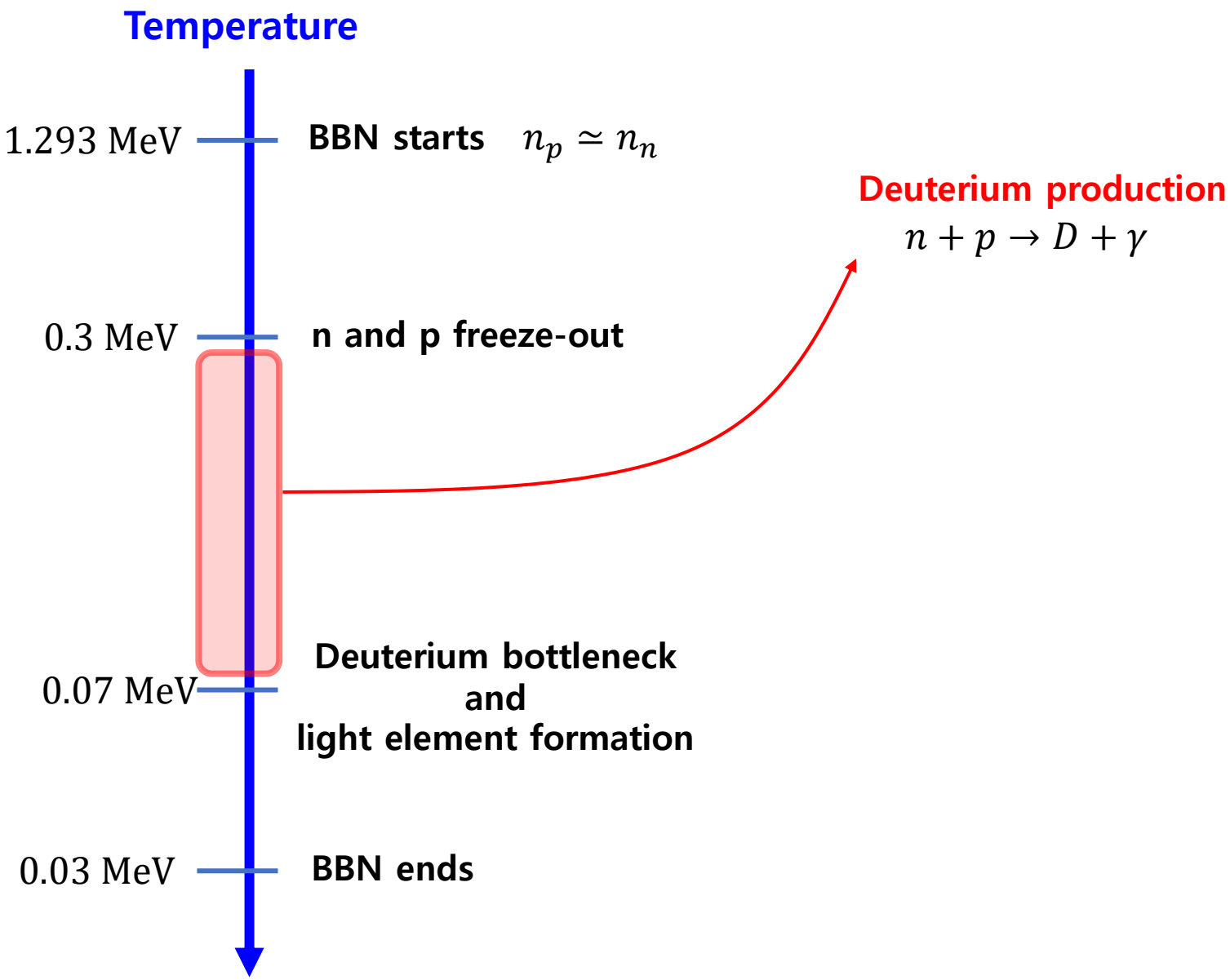


All the nuclear reaction rates are calculated based on the Standard Model

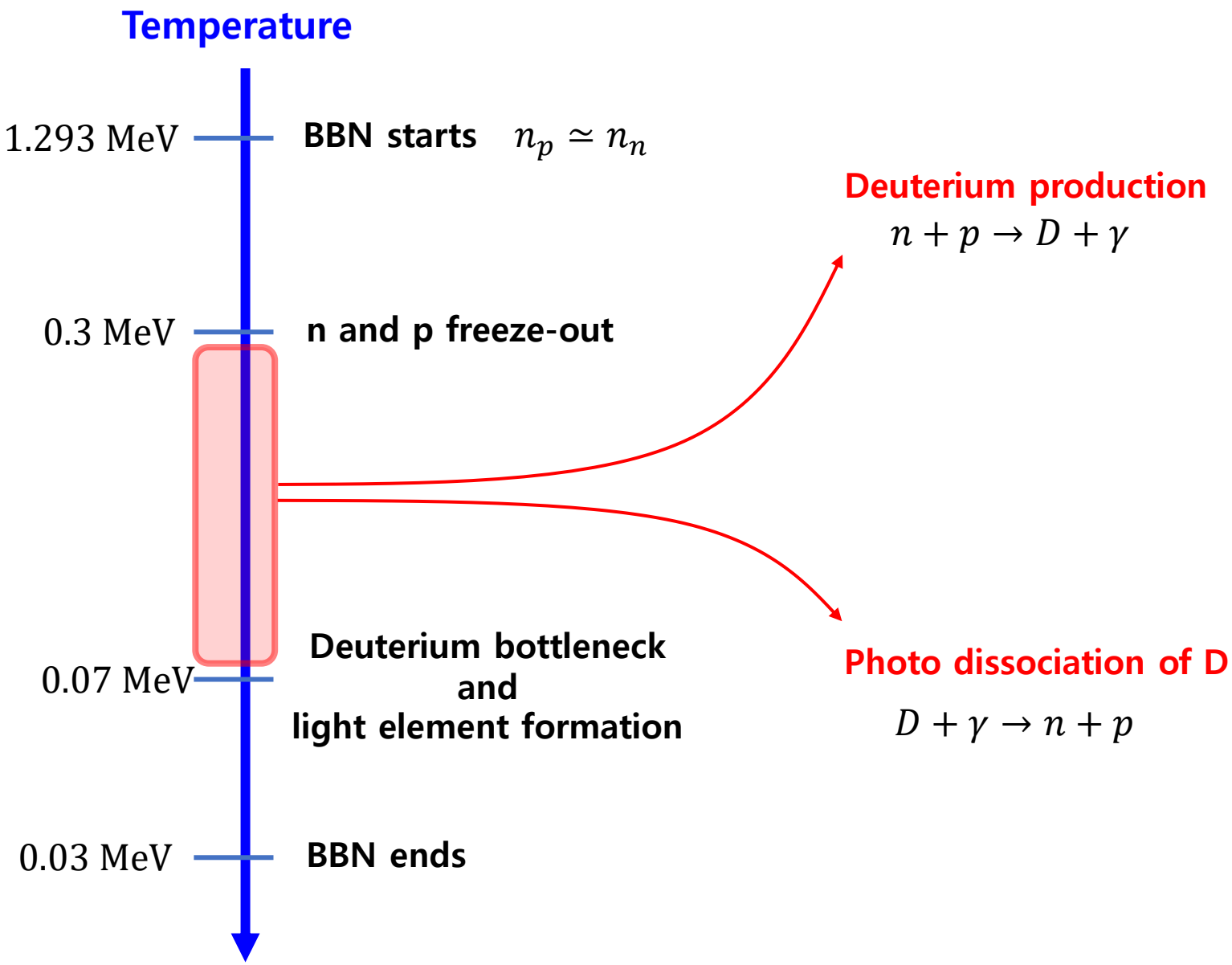
SBBN Timescales



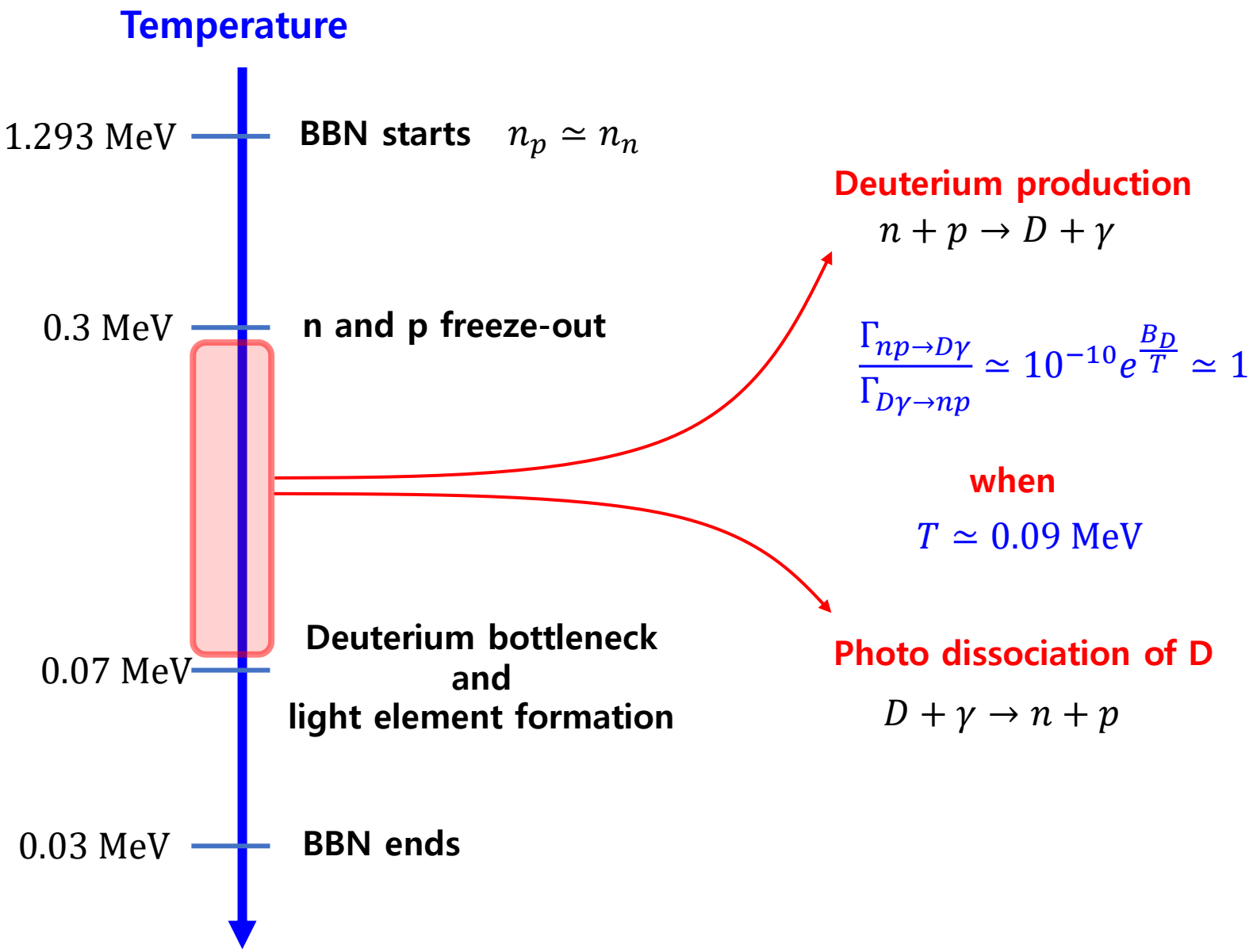
SBBN Timescales



SBBN Timescales



SBBN Timescales



Standard BBN

2 MeV
0.1 sec

Neutrino decoupling

0.3 MeV
10 sec

n/p freeze out

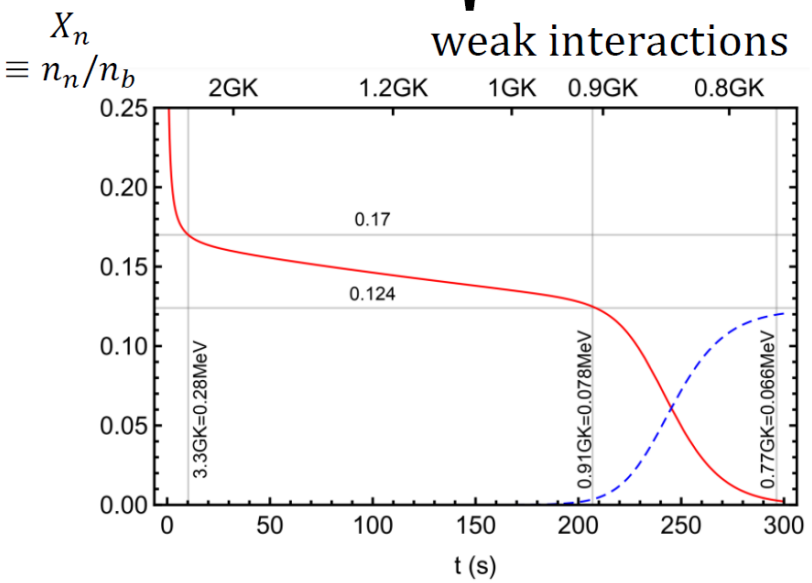
0.07 MeV
100 sec

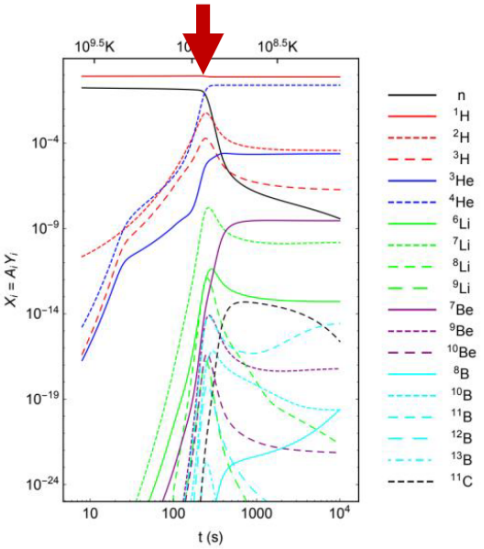
Deuterium bottleneck

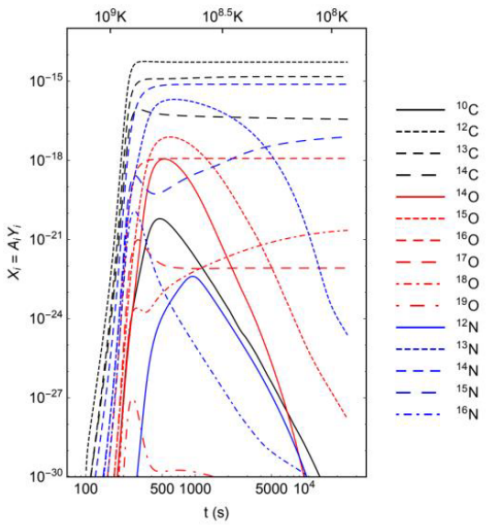
$p + n \leftrightarrow D + \gamma$
B. E. = 2.3 MeV

Nuclear reaction chain

weak interactions



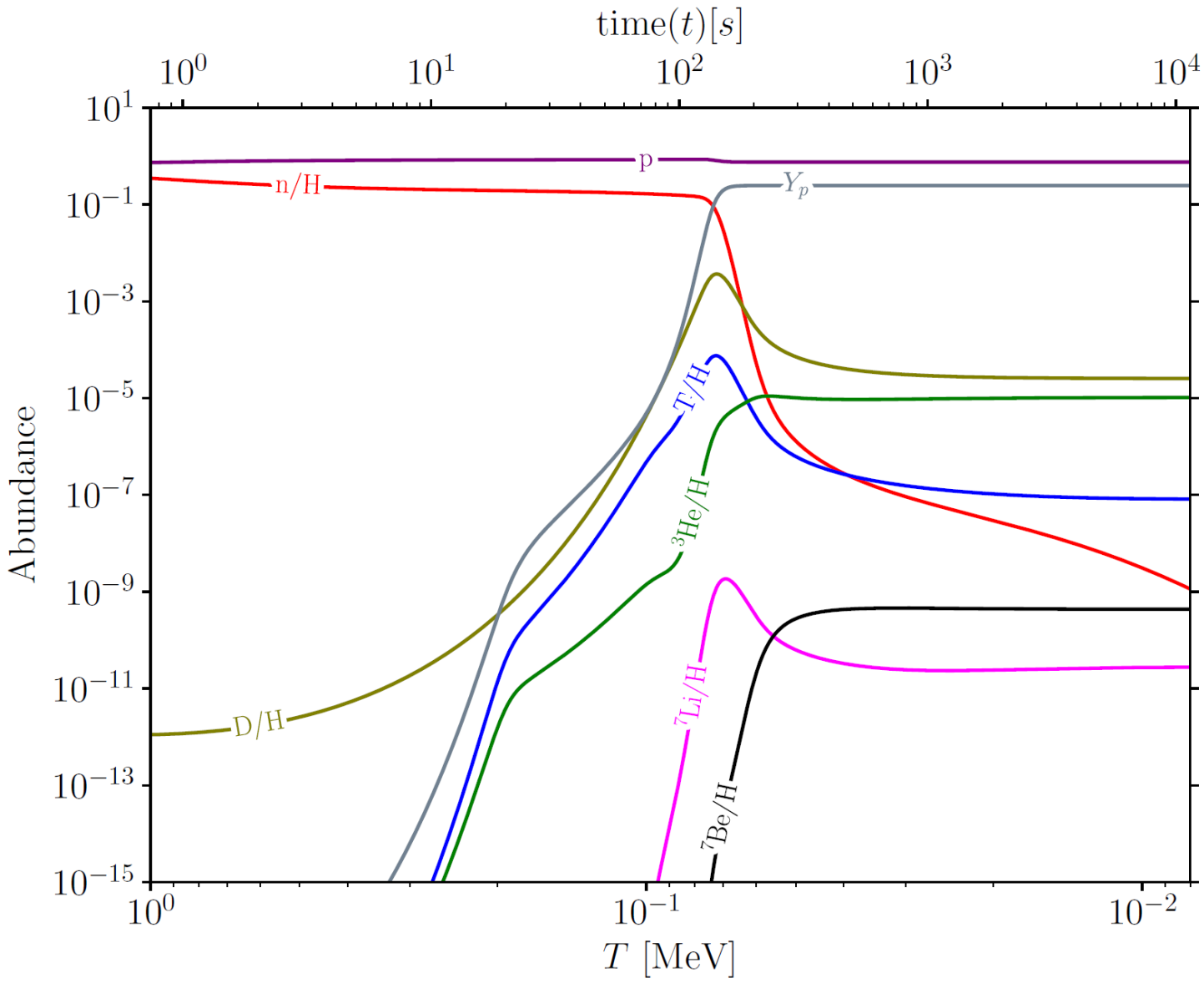




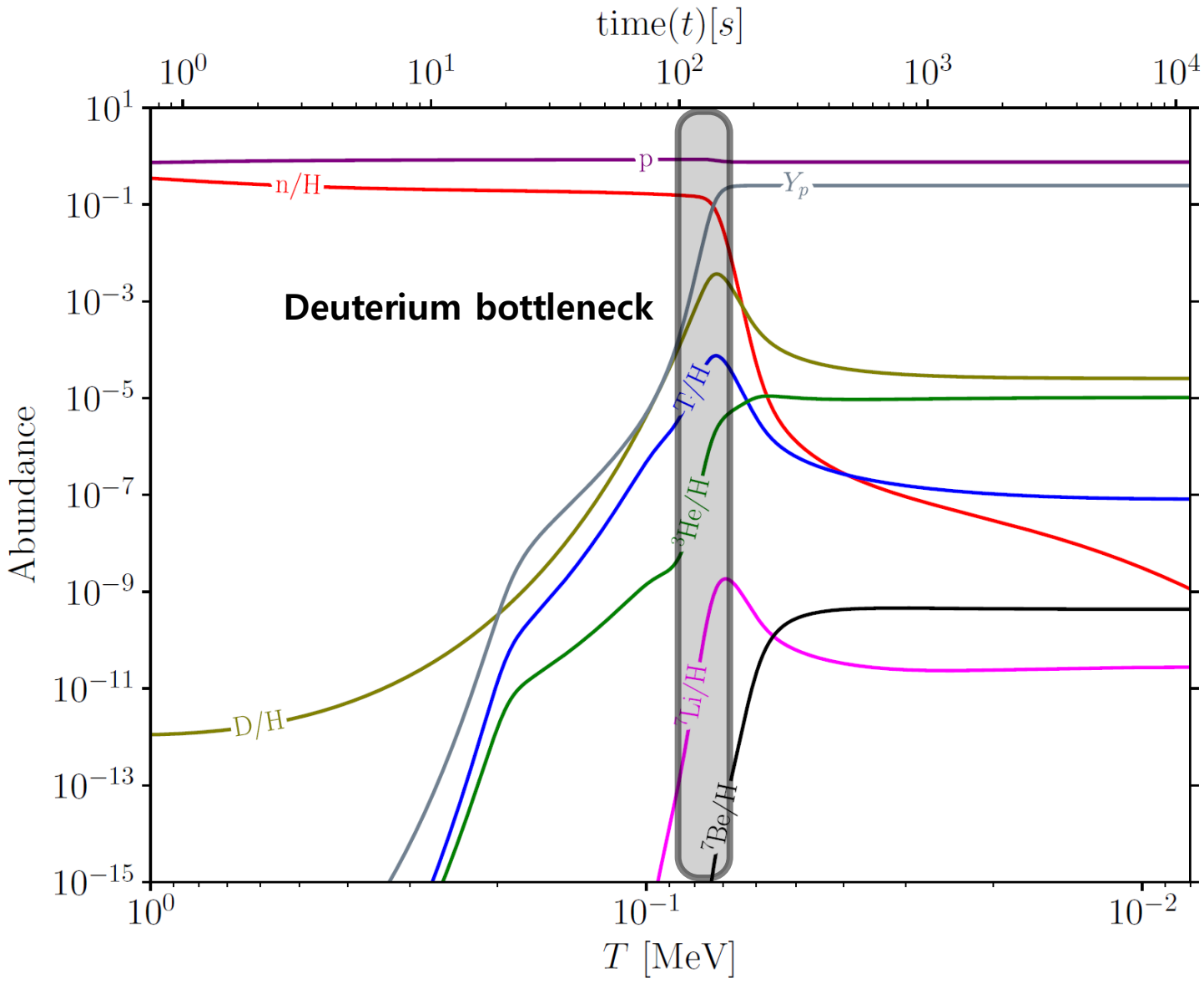
Free neutrino lifetime
$\tau_n \simeq 879$ sec

Fig. from Pitrou et al. (PRIMAT) 1801.08023

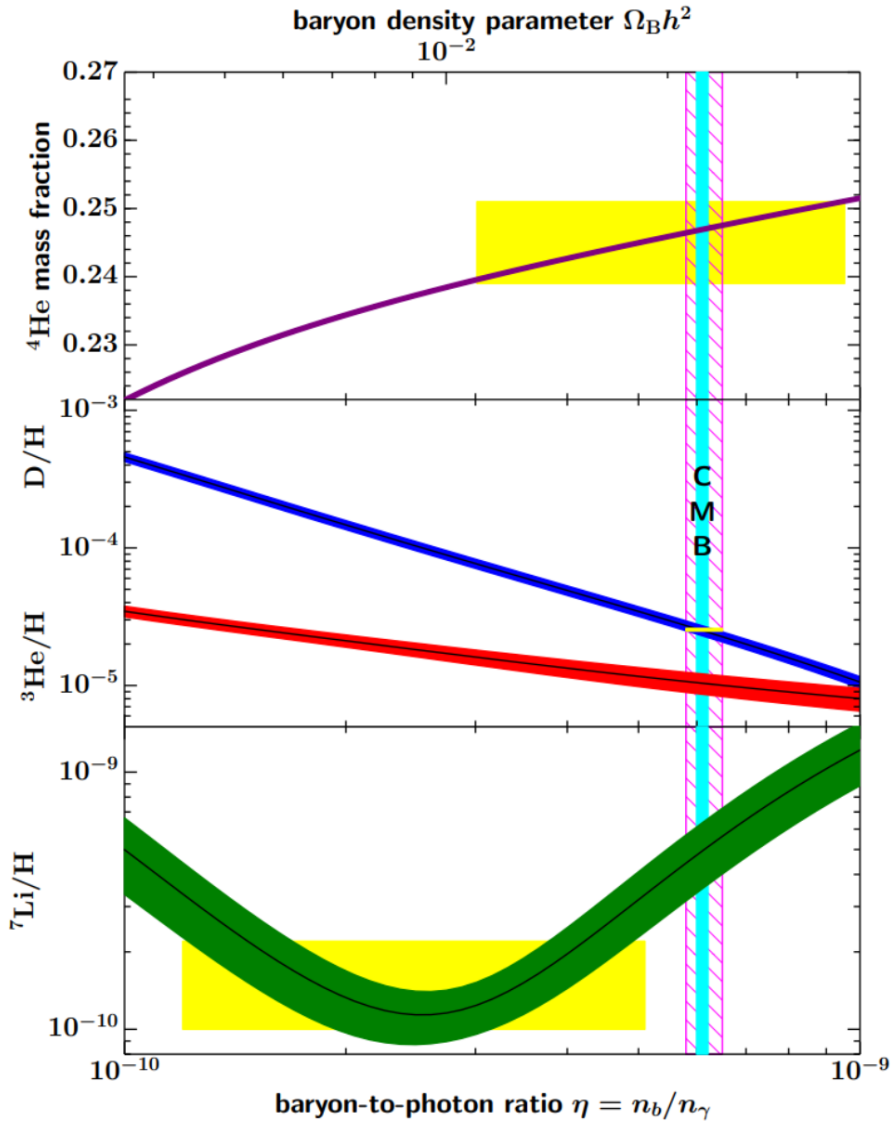
SBBN Time Evolution



SBBN Time Evolution



Current Status



1912.01132, PDG 2022

Current Status

Y_p

SBBN prediction: 0.24691 ± 0.00018

Observation: 0.245 ± 0.003

D/H

SBBN prediction: $(2.57 \pm 0.13) \times 10^{-5}$

Observation: $(25.47 \pm 0.29) \times 10^{-6}$

^{3}He/H

SBBN prediction: $(10.03 \pm 0.90) \times 10^{-6}$

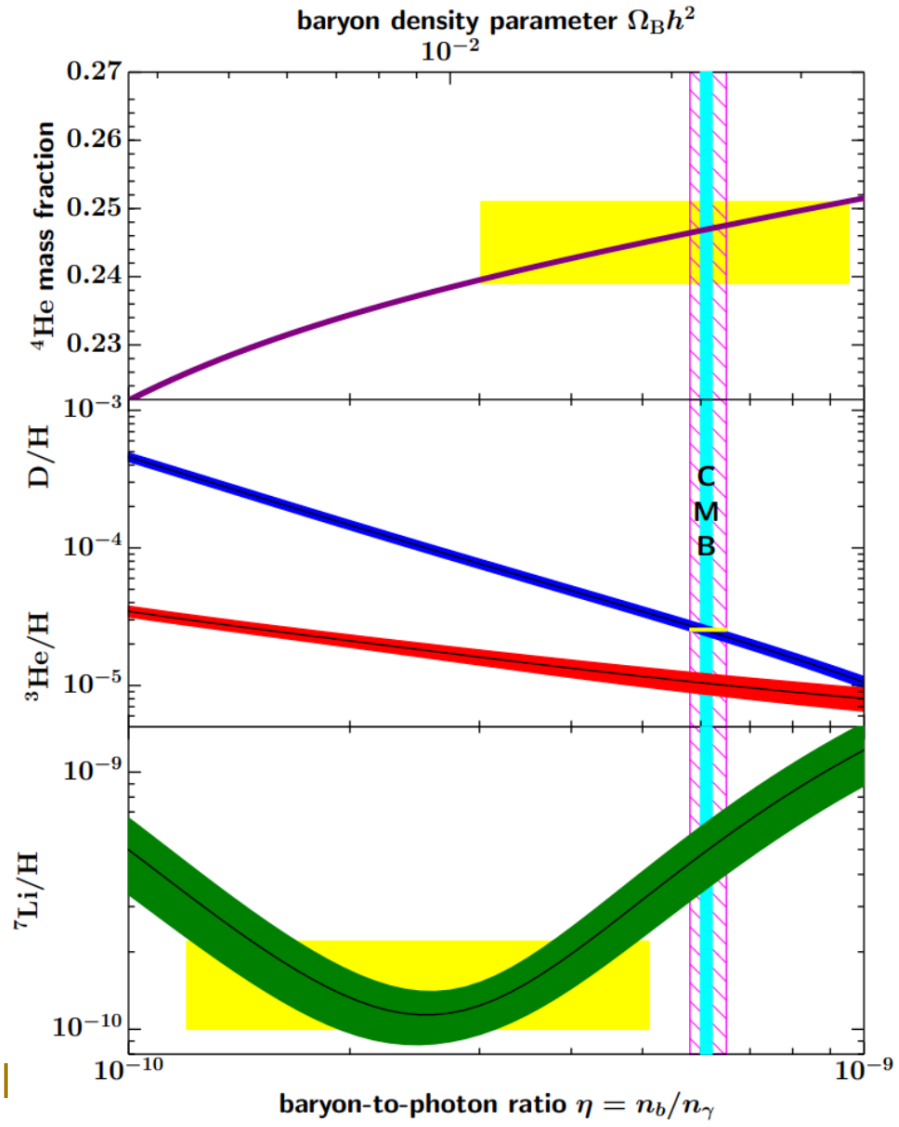
Observation: $< (1.09 \pm 0.18) \times 10^{-5}$

^{7}Li/H

SBBN prediction: $(4.72 \pm 0.72) \times 10^{-10}$

Observation: $(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-10}$

Curve width corresponds to the theoretical uncertainty in the nuclear cross sections



1912.01132, PDG 2022

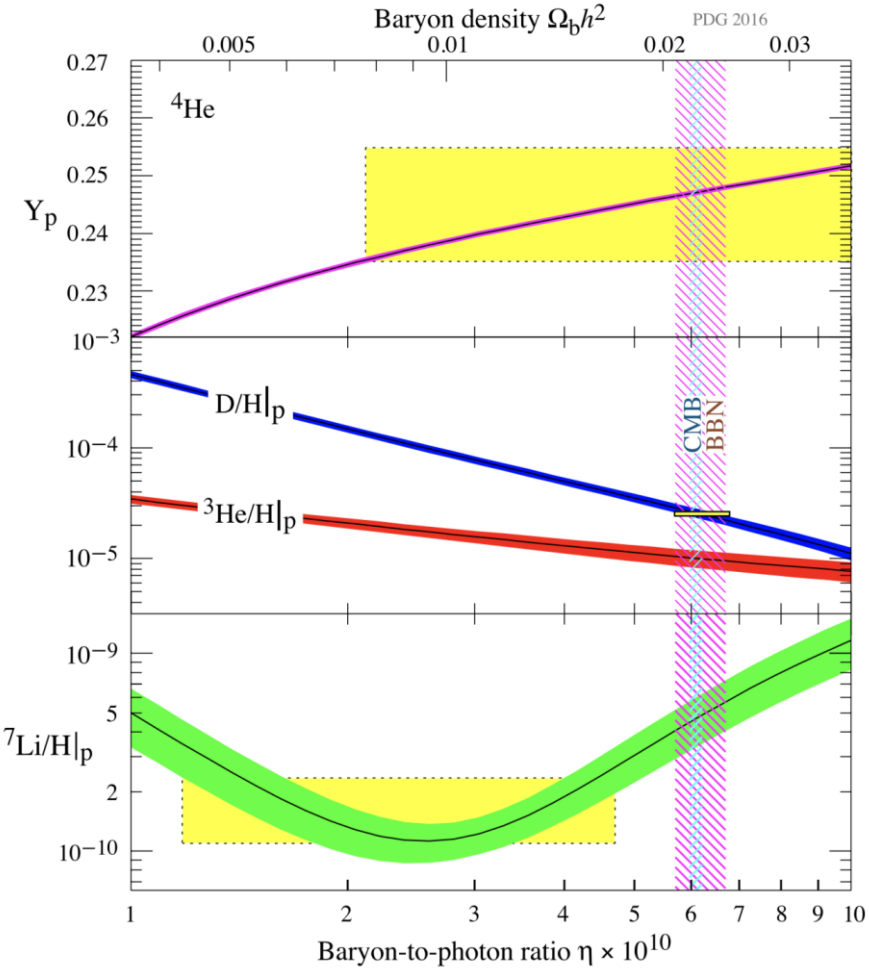
Big Bang Nucleosynthesis (BBN)

바리온의 포톤에 대한 상대적인 양 (n_B/n_γ) 을 바꿔가면서 계산할 수 있다. 특히 중수소(Deuterium)의 양이 이에 민감하게 반응하는데, **실제 관측값과 이론값을 비교함으로써 input 값으로의 우주의 바리온의 양을 결정할 수 있다.** 우리가 아는 모든 별, 은하, 행성 등은 바리온으로 이뤄져 있으므로 우주에서의 그 전체 양 또한 예측할 수 있다.

The larger the nucleon density, the higher the temperature at which nucleosynthesis began, and so the less time there was for neutron decay before nucleosynthesis, leading to a higher final ^{4}He abundance.

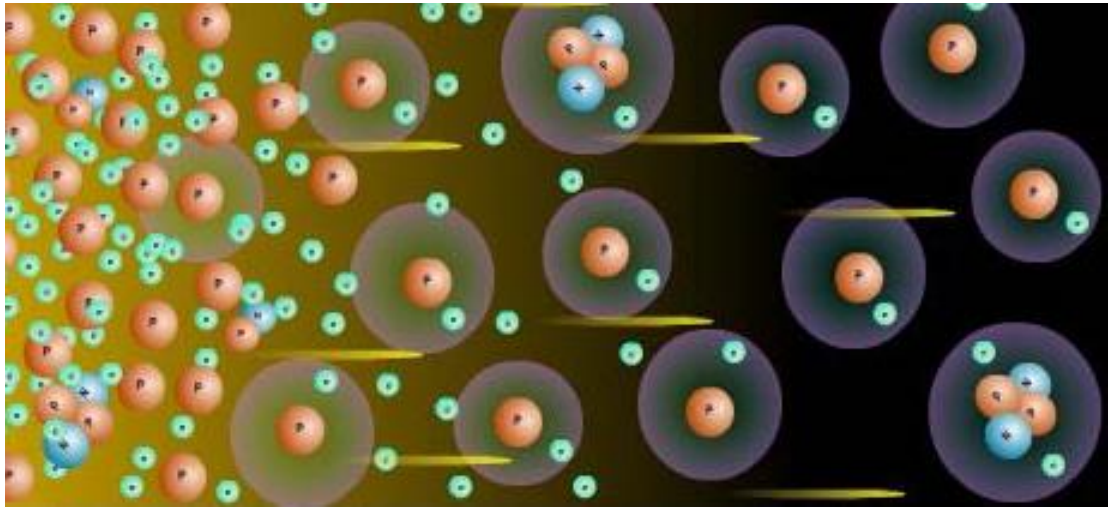
The higher the baryon density, the more complete will be the incorporation of neutrons into ^{4}He, and hence the smaller the resulting abundance of deuterium.

[Weinberg , Cosmology]

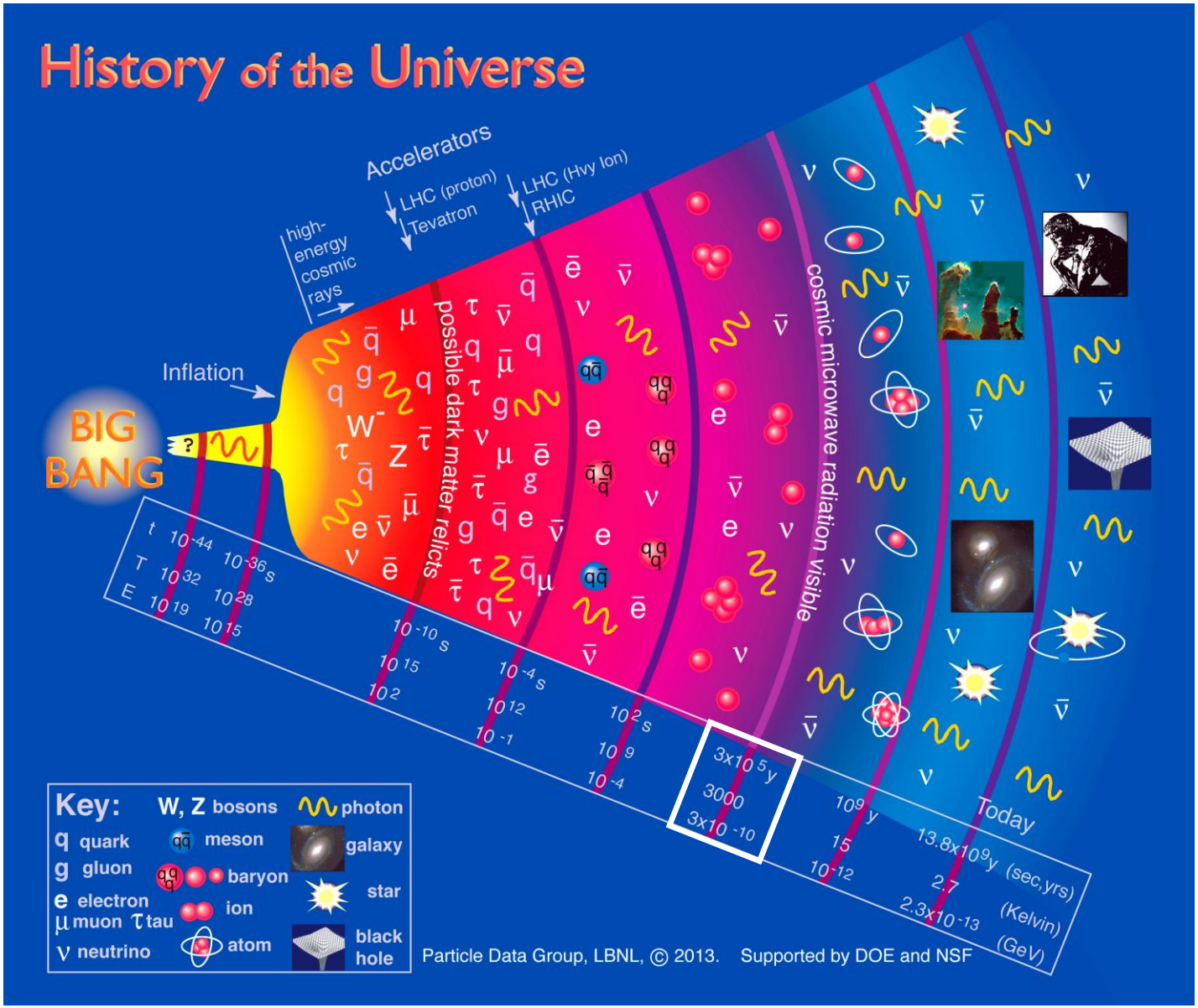


Cosmic Microwave Background (CMB)

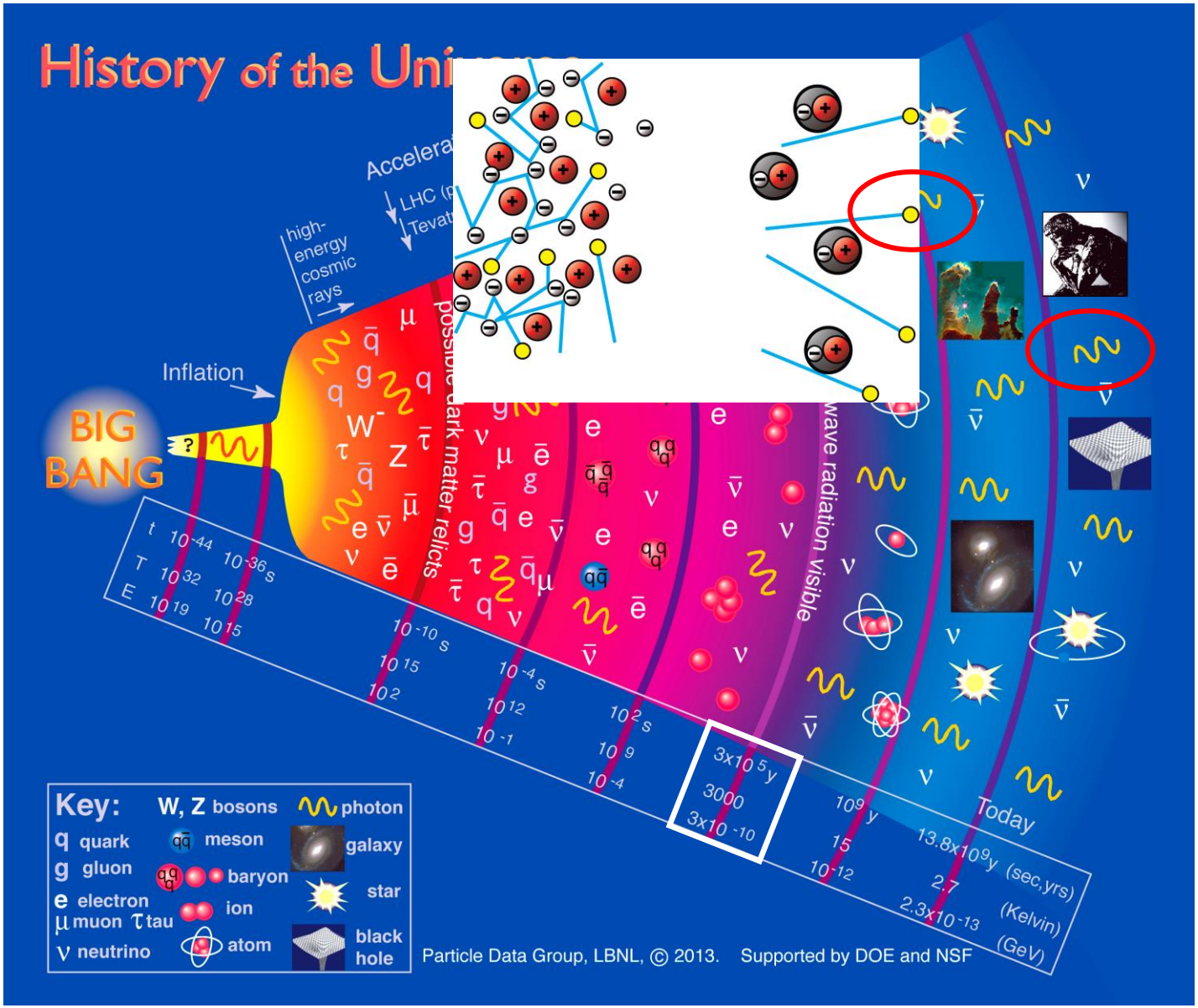
온도가 0.1 eV 정도로 내려가기 전에는 이온 상태의 바리온(양성자, 이온화된 수소원자)은 전자 및 광자와 강하게 상호작용을 하다가 온도가 떨어지면서 전자와 결합을 해 (수소) 원자가 된다. 그 과정에서 decouple 된 photon 은 우주안에서 자유롭게 진행한다. (이 과정을 **recombination**이라 함)
이 빛은 사라지지 않고 현재 우주 전역에 깔려 있어서 이를 **우주배경복사**라 한다.



Cosmic Microwave Background (CMB)



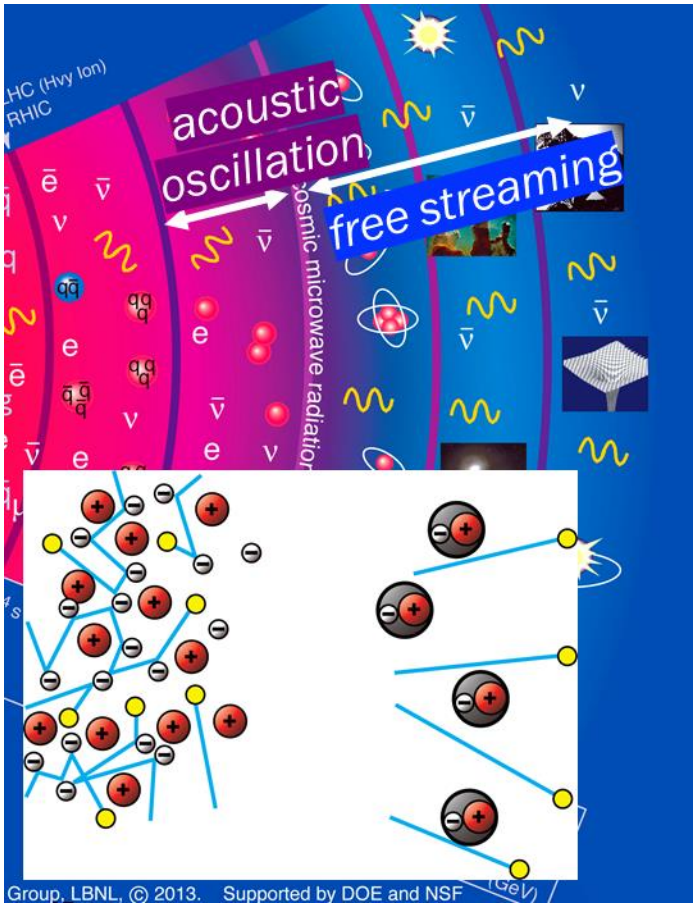
Cosmic Microwave Background (CMB)

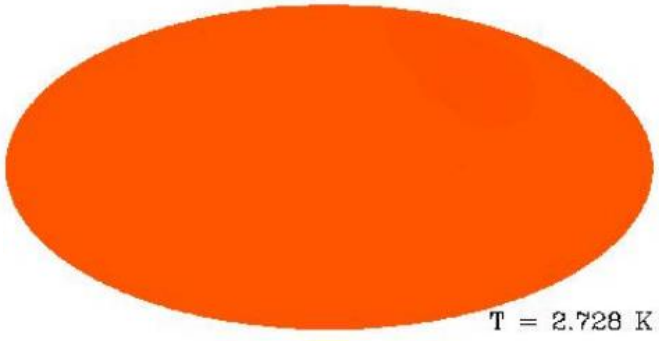


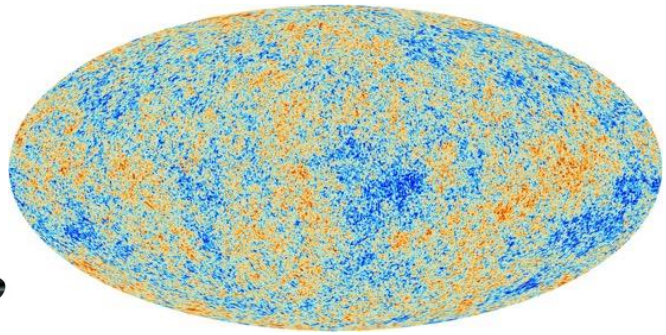


Cosmic Microwave Background (CMB)

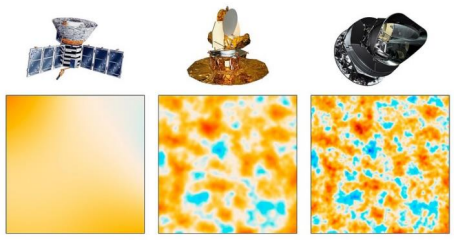
그렇게 우주를 가로지르며 우리에게 도달한 우주배경복사(CMB)는 매우 균일한 에너지(온도)를 가지고 있다. 하지만 여전히 방향에 따라 $\delta T(\hat{\mathbf{n}})/T \sim 10^{-4} \sim 10^{-5}$ 정도의 유의미한 섭동이 존재하고 이러한 우주배경복사의 온도 섭동 스펙트럼은 우주구성원에 대한 매우 중요한 정보를 제공한다.







$$\frac{\delta T}{T} = O(10^{-4})$$



A comparison of different satellite sensitivities for measuring the CMB. image: wikipedia

Cosmic Microwave Background (CMB)

우주배경복사가 방출되는 시점의 우주의 밀도는 현재와 달리 우주적으로 매우 균질하다. 그 위에 매우 작은 밀도 요동이 다음의 크기 정도로 존재하고

$$\delta\rho(\boldsymbol{x},t) = \rho(\boldsymbol{x},t) - \bar{\rho}(t) \simeq 10^{-5}\bar{\rho}(t)$$

이 밀도 요동 $\delta(\boldsymbol{x},t) = \delta\rho/\bar{\rho}$ 은 아인슈타인 방정식을 따라서 시간에 따라 진화하고 결국 현재 우주의 구조 형성의 씨앗이 된다.



Cosmic Microwave Background (CMB)

우주배경복사가 방출되는 시점의 우주의 밀도는 현재와 달리 우주적으로 매우 균질하다. 그 위에 매우 작은 밀도 요동이 다음의 크기 정도로 존재하고

$$\delta\rho(\boldsymbol{x},t) = \rho(\boldsymbol{x},t) - \bar{\rho}(t) \simeq 10^{-5}\bar{\rho}(t)$$

이 밀도 요동 $\delta(\boldsymbol{x},t) = \delta\rho/\bar{\rho}$ 은 아인슈타인 방정식을 따라서 시간에 따라 진화하고 결국 현재 우주의 구조 형성의 씨앗이 된다. **밀도 요동이 작을 때, 요동의 운동 방정식은 푸리에 모드에 대해서 선형 방정식으로 주어지므로 많은 경우 푸리에 모드에 대한 운동방정식을 계산한다.**

$\rho(\boldsymbol{x},t)$



$$\delta_{\boldsymbol{k}}(t) = \int \frac{d^3\boldsymbol{x}}{(2\pi)^{3/2}}\,\delta(\boldsymbol{x},t)e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}}$$

Cosmic Microwave Background (CMB)

초기 우주의 빛의 밀도 요동의 푸리에 성분을 $\delta_k = \left(\frac{\delta\rho_\gamma}{\bar{\rho}_\gamma}\right)_k$ 이라 하면 decoupling 이전에 다음과 같은 방정식을 따른다.

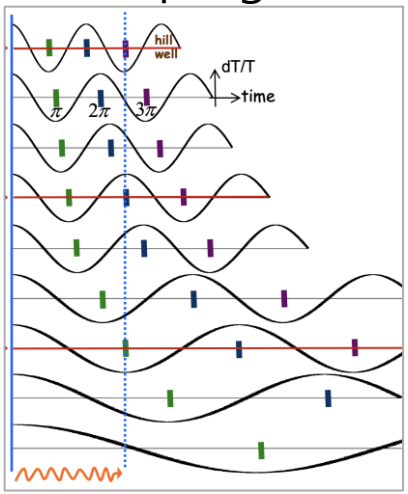
$$\ddot{\delta_k} + c_s^2 k^2 \delta_k + k^2 \phi_k \simeq 0$$

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{3(1 + 3\rho_B/4\rho_\gamma)}}$$

이 때 ϕ_k 는 우주 에너지의 밀도요동에 의한 중력퍼텐셜로 주어지고 이러한 퍼텐셜이 빛의 밀도 요동에서 오느냐, 혹은 그 외의 다른 물질에서 오느냐에 따라 δ_k 의 진화는 매우 달라진다.

decoupling

$\delta_k(t)$



$$\delta_k(t_{dec}) = \phi_k \left(\frac{1}{c_s^2} - 2\right) \cos(c_s k t_{dec}) - \frac{\phi_k}{c_s^2}$$

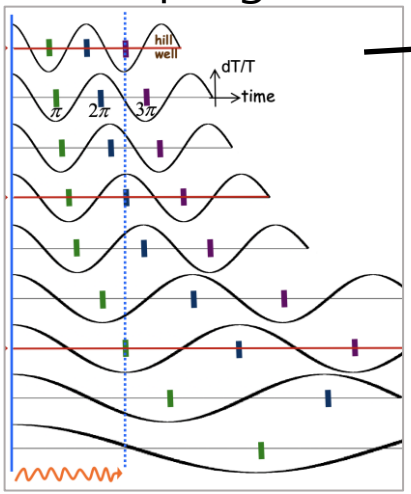
Cosmic Microwave Background (CMB)

초기 우주의 빛의 밀도 요동의 푸리에 성분을 $\delta_k = \left(\frac{\delta\rho_\gamma}{\bar{\rho}_\gamma}\right)_k$ 이라 하면 decoupling 이전에 다음과 같은 방정식을 따른다.

$$\ddot{\delta_k} + c_s^2 k^2 \delta_k + k^2 \phi_k \simeq 0$$

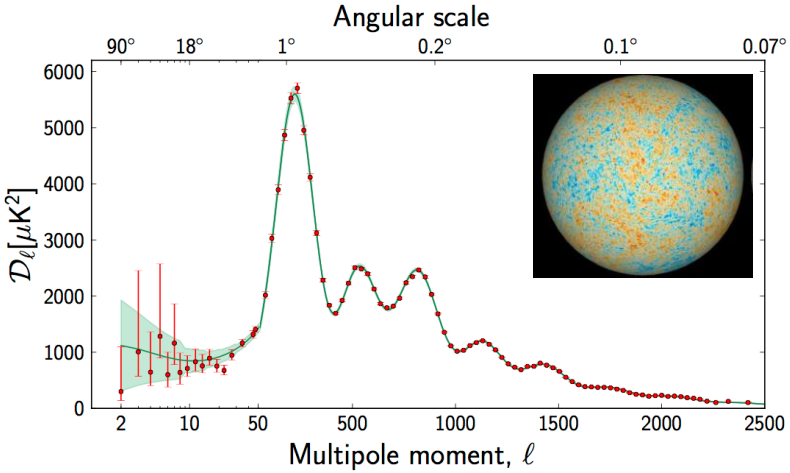
$$c_s = \frac{1}{\sqrt{3(1+3\rho_B/4\rho_\gamma)}}$$

이 때 ϕ_k 는 우주 에너지의 밀도요동에 의한 중력퍼텐셜로 주어지고 이러한 퍼텐셜이 빛의 밀도 요동에서 오느냐, 혹은 그 외의 다른 물질에서 오느냐에 따라 δ_k 의 진화는 매우 달라진다.



$\delta_k(t)$

$$\delta_k \to D_\ell = \frac{\ell(\ell+1)C_\ell}{2\pi}$$



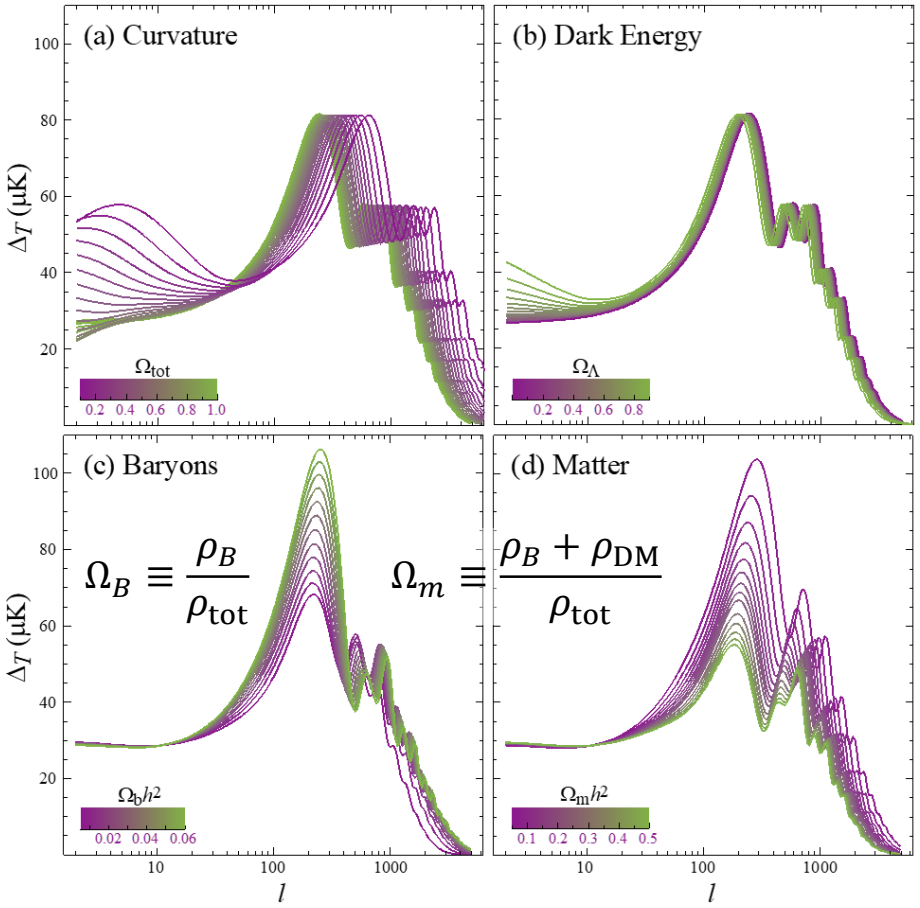
$$\delta_k(t_{dec}) = \phi_k\left(\frac{1}{c_s^2} - 2\right)\cos(c_s k t_{dec}) - \frac{\phi_k}{c_s^2}$$

$$\left\langle \frac{\delta T(\hat{\mathbf{n}})}{T}\frac{\delta T(\hat{\mathbf{n}}')}{T}\right\rangle = \frac{1}{4\pi}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)C_\ell P_\ell(\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{n}}')$$

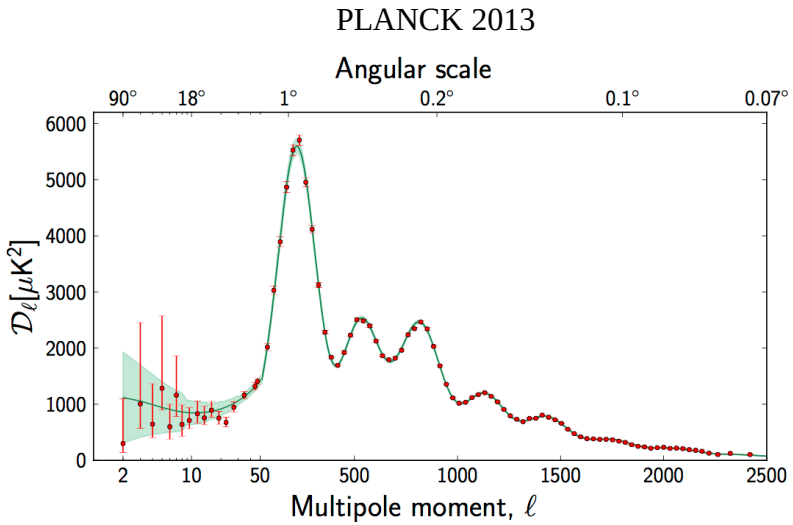
Cosmic Microwave Background (CMB)

바리온과 함께 암흑물질의 양은 CMB 의 Angular Power spectrum 을 fitting 하는데 필수적이다.

이를 가장 잘 fitting 하는 바리온과 물질의 양을 통해서 **1) BBN과 일치하는 바리온 양을 예측하고, 2) 포톤과 상호작용을 거의 안하는 바리온 외의 암흑물질과 암흑 에너지의 존재를 예측한다.**



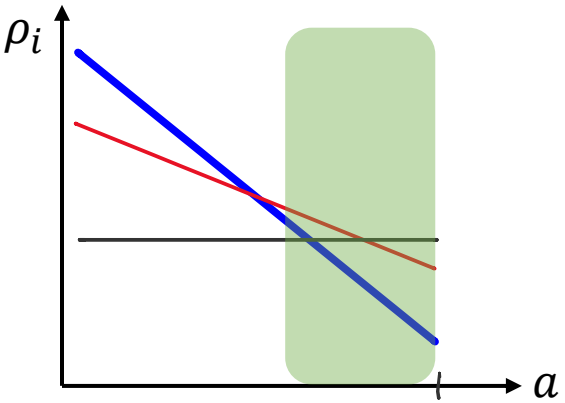
$$\Omega_{\rm DM} h^2 \simeq 0.11 \simeq 5\,\Omega_B h^2$$



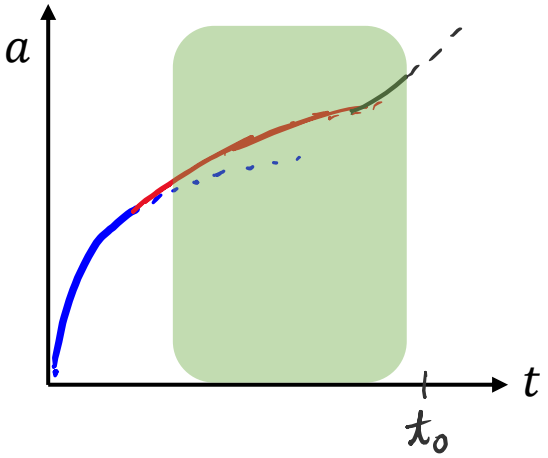
Hu, Dodelson, Ann.Rev.Astron.Astrophys.40:171-216,2002

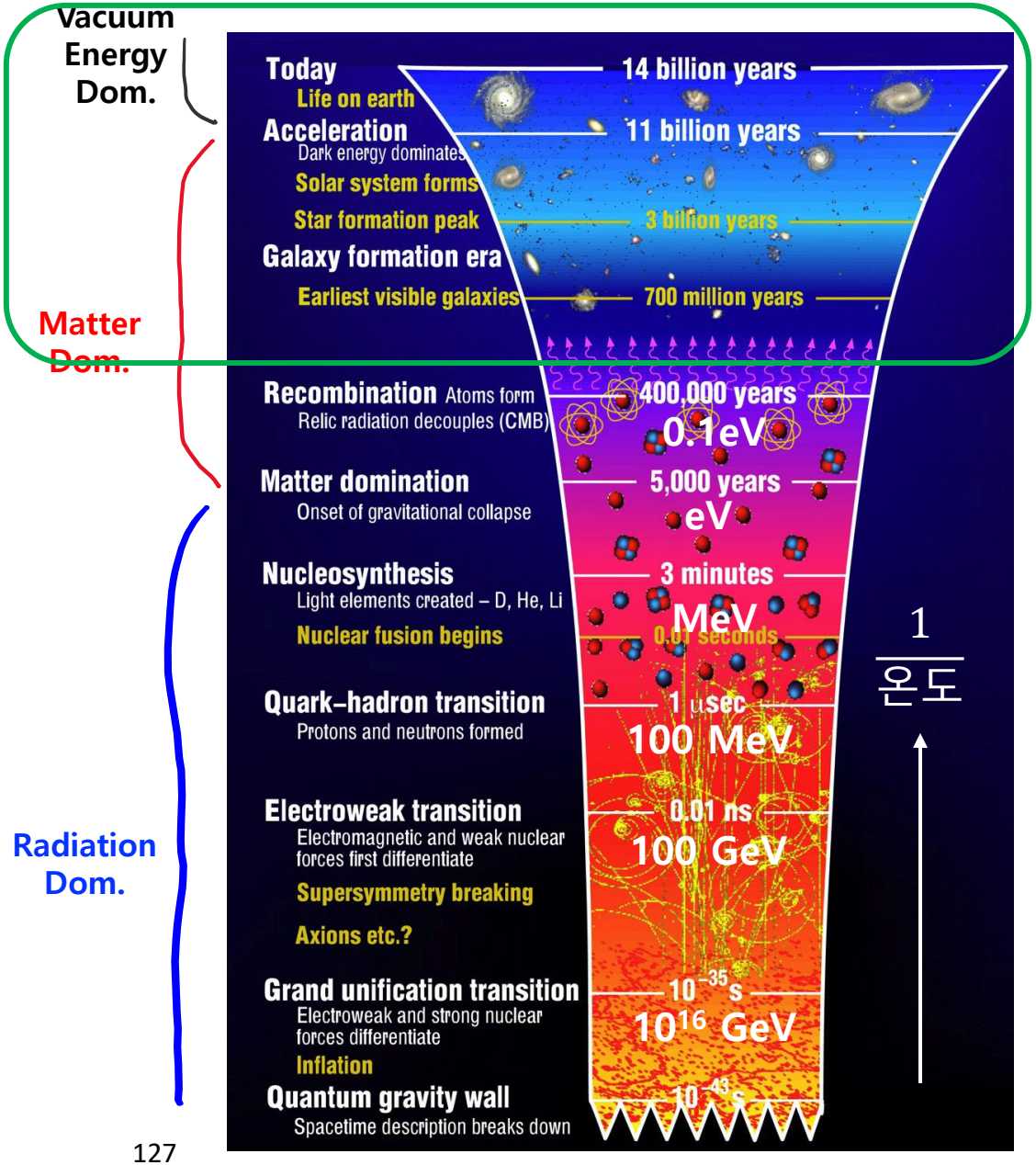
우주 탄생 40만년 후 ~ 현재

우주 팽창과 진화



(log scale)



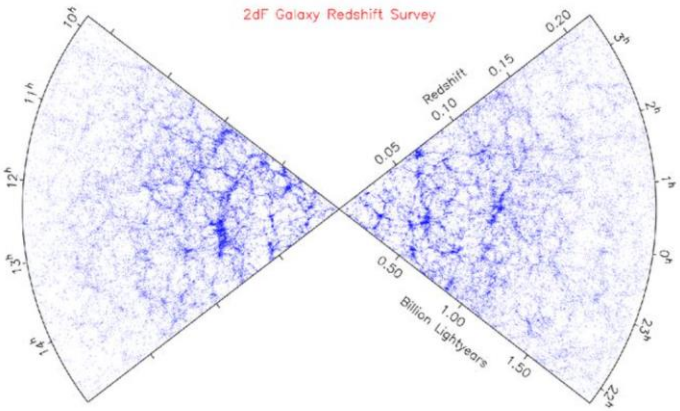


우주거대구조

암흑물질은 현재 관측하는 우주의 거대구조를 설명하기 위해 필요하다. CMB 로 확인된 원시 밀도 요동만으로 현재 관측되는 우주의 거대구조를 설명할 수 있을까?

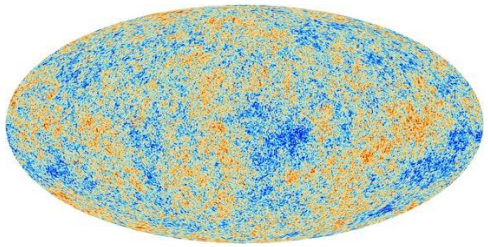
Large Scale Structure of the Universe
(0.1~1 Gpc)

$$\frac{\delta\rho_B}{\rho_B} \geq O(1) \;@\; a(t_0) = 1$$



$$\frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma} = 10^{-5} \sim 10^{-4} \;@\; a(t) \sim 10^{-3}$$

CMB (~10 Gpc)

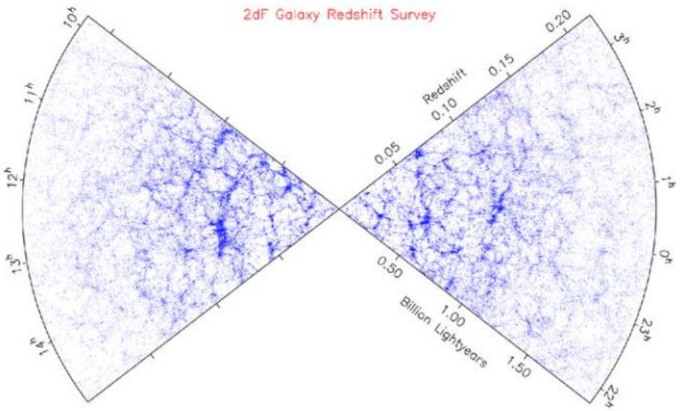


우주거대구조

암흑물질은 현재 관측하는 우주의 거대구조를 설명하기 위해 필요하다. CMB 로 확인된 원시 밀도 요동만으로 현재 관측되는 우주의 거대구조를 설명할 수 있을까?

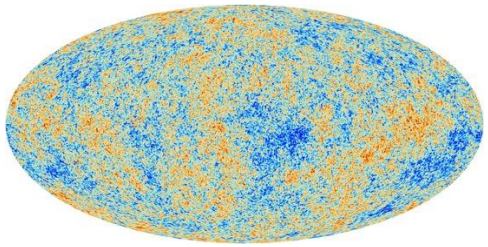
Large Scale Structure of the Universe
(0.1~1 Gpc)

$$\frac{\delta\rho_B}{\rho_B} \geq O(1) \;@\; a(t_0) = 1$$



$$\frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma} = 10^{-5} \sim 10^{-4} \;@\; a(t) \sim 10^{-3}$$

CMB (~10 Gpc)



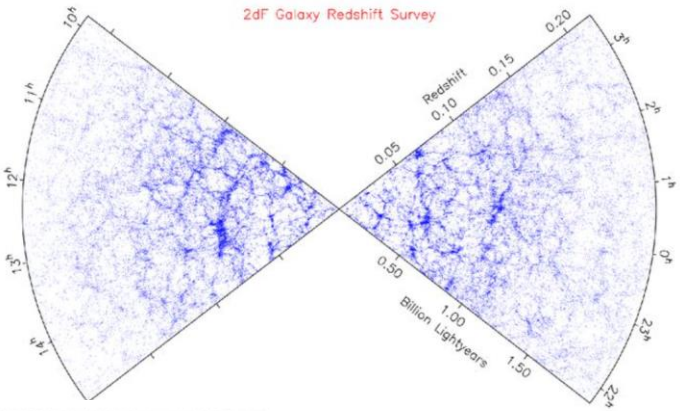
암흑물질이 없다면 $\frac{\delta\rho_B}{\rho_B}(t_0) \sim 10^3 \left(\frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma}\right) \sim 10^{-2} \sim 0.1 \ll O(1)$

우주거대구조

암흑물질은 현재 관측하는 우주의 거대구조를 설명하기 위해 필요하다. CMB 로 확인된 원시 밀도 요동만으로 현재 관측되는 우주의 거대구조를 설명할 수 있을까?

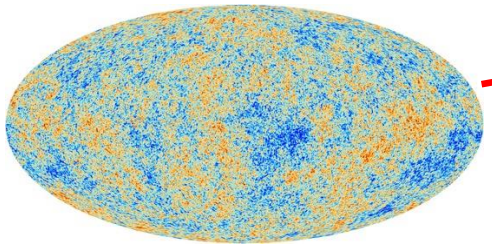
Large Scale Structure of the Universe
(0.1~1 Gpc)

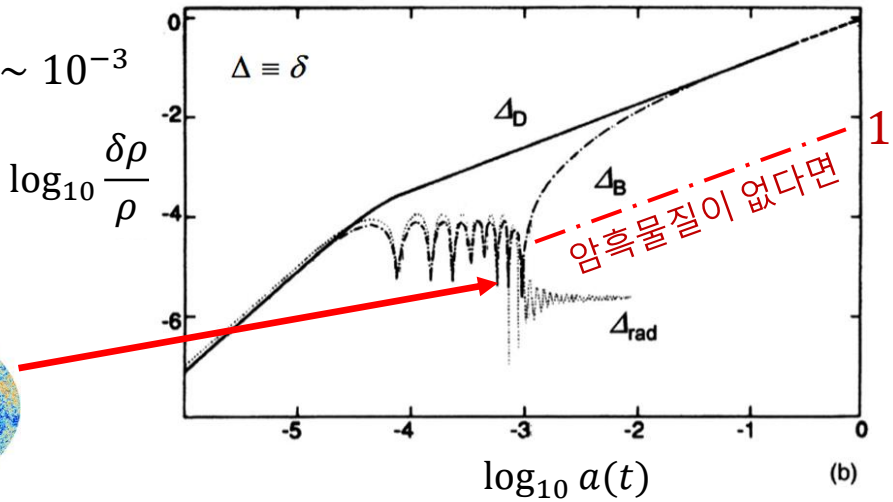
$$\frac{\delta\rho_B}{\rho_B} \geq O(1) \;@\; a(t_0) = 1$$



$$\frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma} = 10^{-5} \sim 10^{-4} \;@\; a(t) \sim 10^{-3}$$

CMB (~10 Gpc)





$$\Delta_D = \frac{\delta\rho_{\mathrm{DM}}}{\rho_{\mathrm{DM}}}$$

$$\Delta_B = \frac{\delta\rho_B}{\rho_B}$$

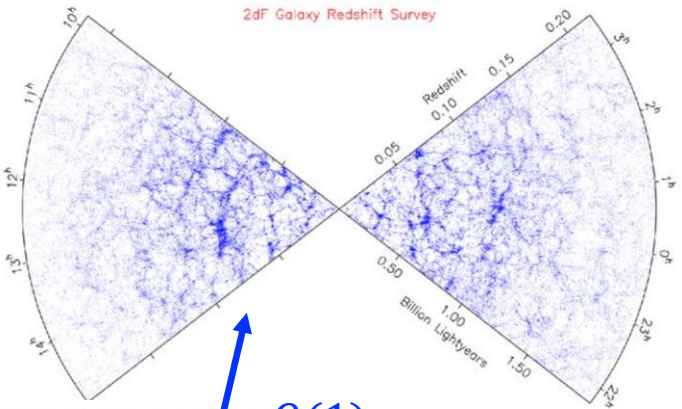
$$\Delta_{\mathrm{rad}} = \frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma}$$

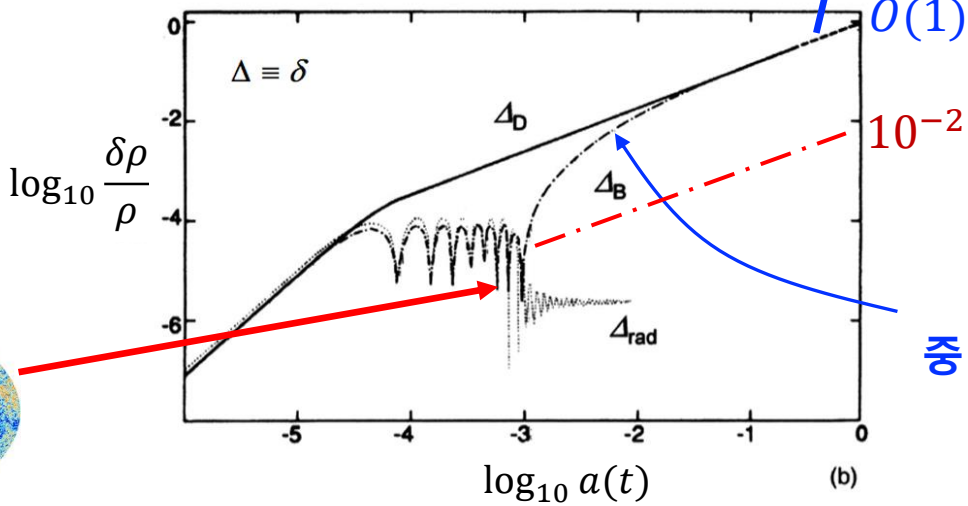
우주거대구조

암흑물질은 현재 관측하는 우주의 거대구조를 설명하기 위해 필요하다. CMB 로 확인된 원시 밀도 요동만으로 현재 관측되는 우주의 거대구조를 설명할 수 있을까?

암흑물질은 바리온과는 다르게 **주변 radiation의 방해 없이** 자체적인 중력효과로 더 깊은 중력 퍼텐셜을 만들 수 있다.

Large Scale Structure of the Universe (0.1~1 Gpc)



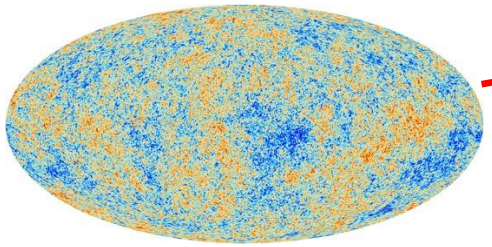


$O(1)$

10^{-2}

암흑물질의 중력 퍼텐셜 효과

CMB (~10 Gpc)



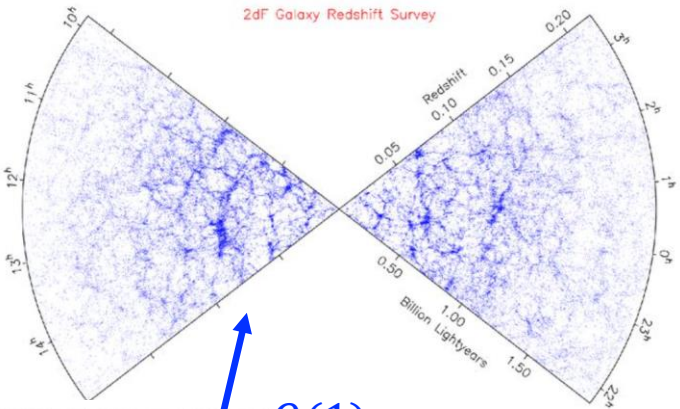
우주거대구조

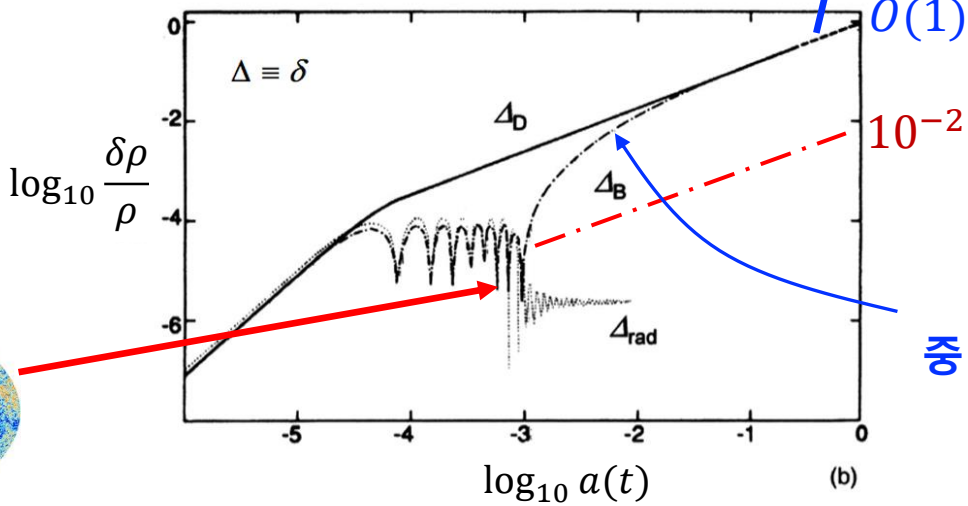
암흑물질은 현재 관측하는 우주의 거대구조를 설명하기 위해 필요하다. CMB 로 확인된 원시 밀도 요동만으로 현재 관측되는 우주의 거대구조를 설명할 수 있을까?

암흑물질은 바리온과는 다르게 **주변 radiation의 방해 없이** 자체적인 중력효과로 더 깊은 중력 퍼텐셜을 만들 수 있다.

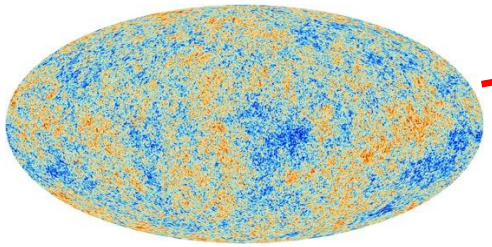
암흑물질이 만들어낸 중력 우물안으로 광자로부터 decouple 된 바리온이 끌려들어가면서 바리온의 밀도 요동은 빠르게 증가하고 현재 관측되는 다양한 은하를 형성한다.

Large Scale Structure of the Universe (0.1~1 Gpc)





CMB (~10 Gpc)



암흑물질의 중력 퍼텐셜 효과

우주거대구조

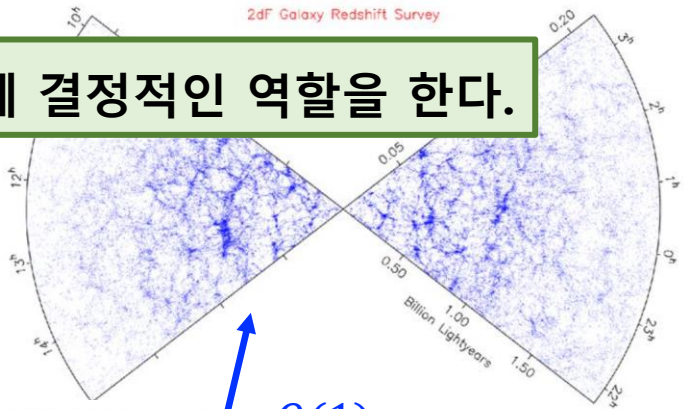
암흑물질은 현재 관측하는 우주의 거대구조를 설명하기 위해 필요하다. CMB 로 확인된 원시 밀도 요동만으로 현재 관측되는 우주의 거대구조를 설명할 수 있을까?

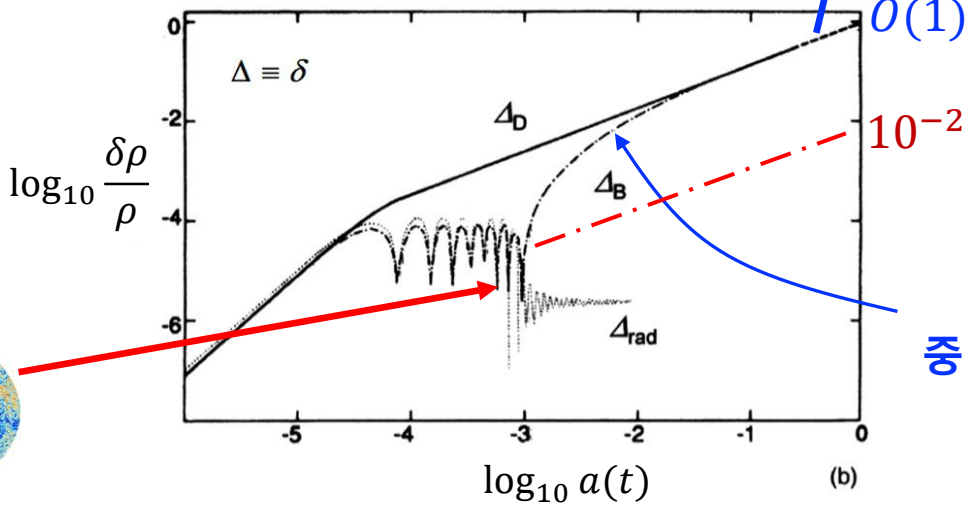
암흑물질은 바리온과는 다르게 **주변 radiation의 방해 없이** 자체적인 중력효과로 더 깊은 중력 퍼텐셜을 만들 수 있다.

즉 암흑물질은 현재의 우주거대구조 형성에 결정적인 역할을 한다.

암흑물질이 만들어낸 중력 우물안으로 광자로부터 decouple 된 바리온이 끌려들어가면서 바리온의 밀도 요동은 빠르게 증가하고 현재 관측되는 다양한 은하를 형성한다.

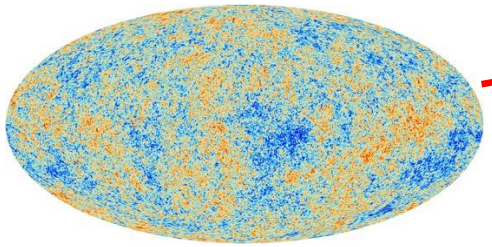
Large Scale Structure of the Universe (0.1~1 Gpc)





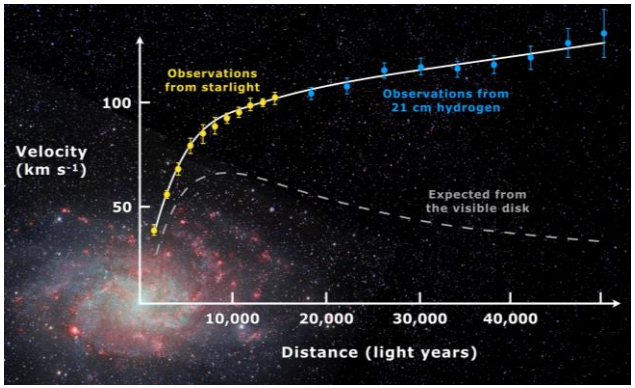
암흑물질의 중력 퍼텐셜 효과

CMB (~10 Gpc)



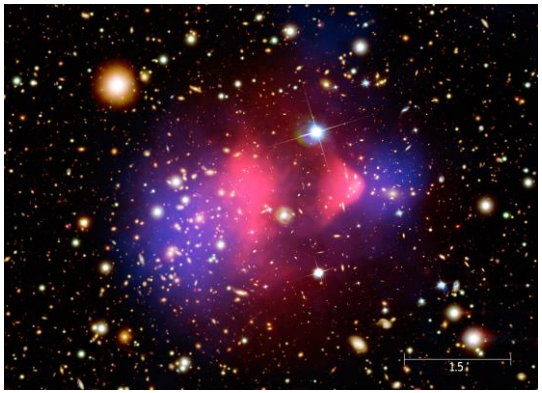
다양한 스케일, 다양한 시간대에 존재하는 암흑물질의 증거

Image of Galaxy Messier 33



Galaxy Scale

Image of Bullet Cluster 1E 0657-558



Galaxy Cluster Scale

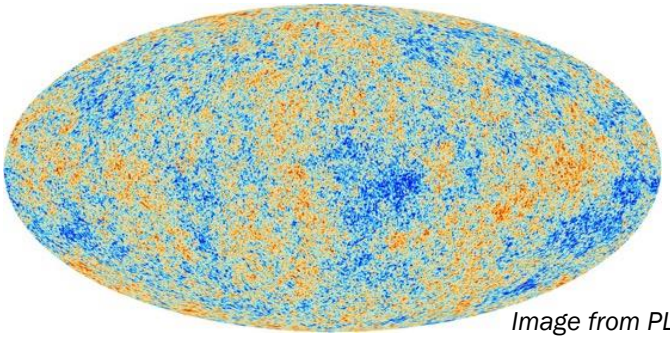


Image from PLACK

Cosmic Microwave Background

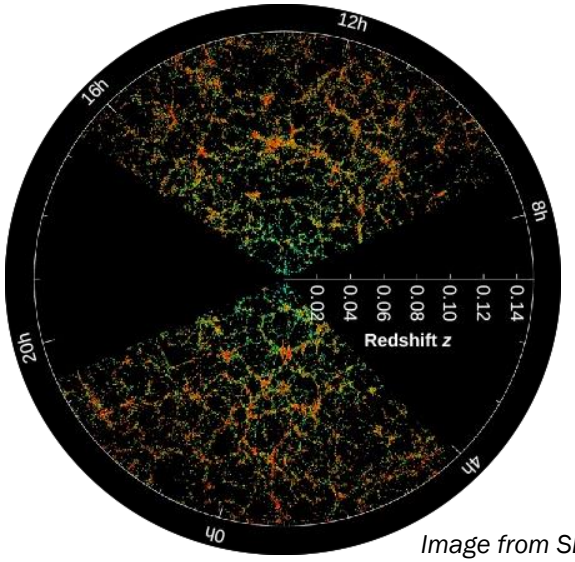
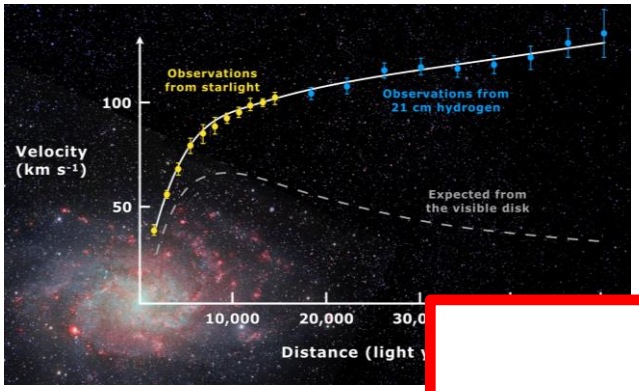


Image from SDSS

Large Scale Structure of the Universe

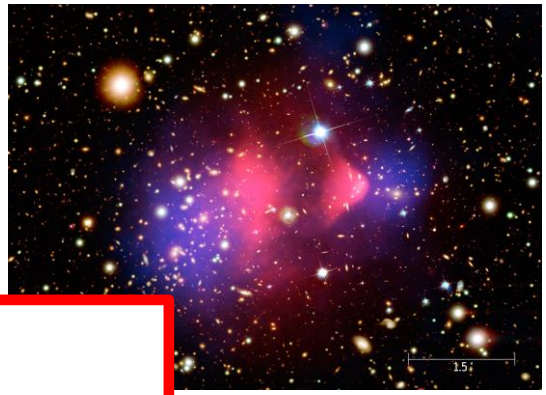
다양한 스케일, 다양한 시간대에 존재하는 암흑물질의 증거

Image of Galaxy Messier 33



Galaxy Scale

Image of Bullet Cluster 1E 0657-558



xy Cluster Scale

<Dark Matter>

Feels Gravity,
Cosmologically Stable,
No Light Emission, No EM Charge

CANNOT be explained by the particle contents of the SM

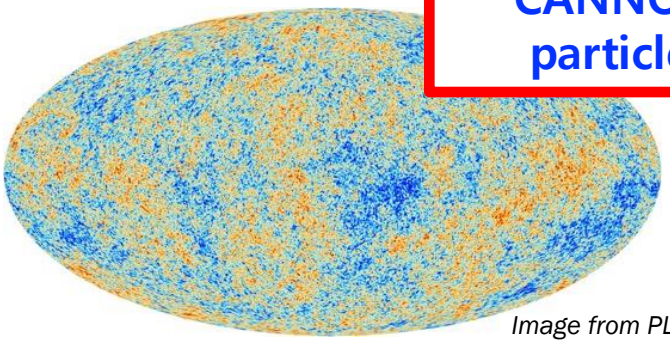


Image from PLACK

Cosmic Microwave Background

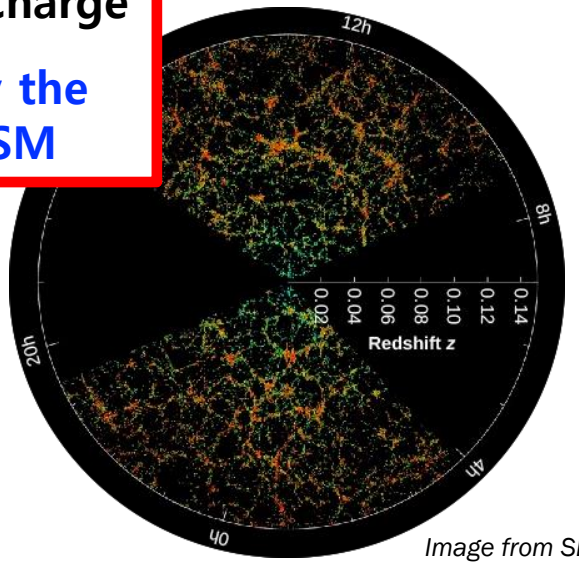


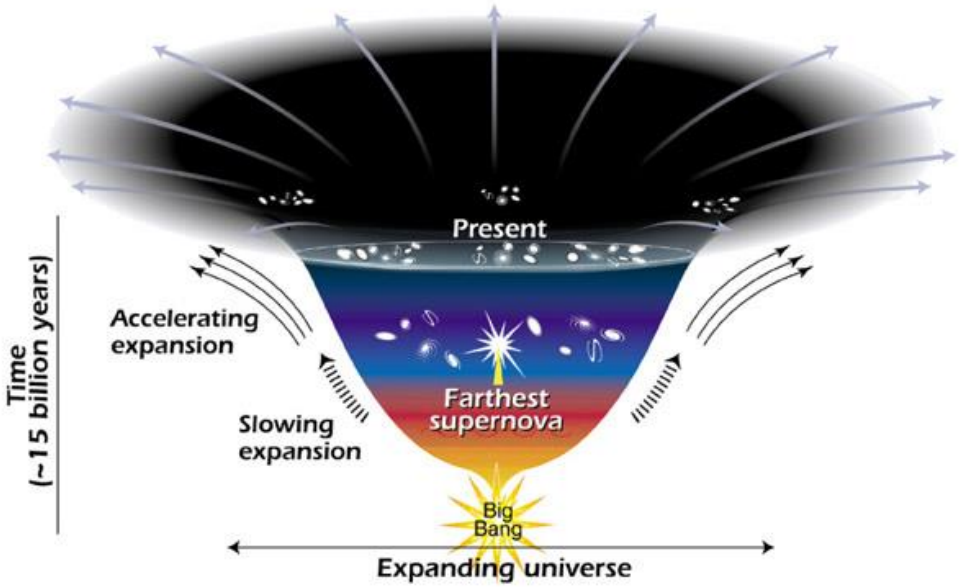
Image from SDSS

Large Scale Structure of the Universe

암흑 에너지

우주는 현재 가속팽창하고 있음에 대한 강력한 증거를 가지고 있다.

이러한 가속팽창을 유발하는 무언가를 우리는 암흑 에너지 (Dark Energy) 라 한다.



This diagram reveals changes in the rate of expansion since the universe's birth 15 billion years ago. The more shallow the curve, the faster the rate of expansion. The curve changes noticeably about 7.5 billion years ago, when objects in the universe began flying apart at a faster rate. Astronomers theorize that the faster expansion rate is due to a mysterious, dark force that is pushing galaxies apart.

Parameterizing Dark Energy

Something responsible for the current accelerating expansion of the Universe

For metric $ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 dx^2$ (Flat Universe), and the Hubble expansion rate

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

The Friedmann-Lemaitre Equations are

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho, \qquad \dot{H} = -4\pi G(\rho + P) \quad \left(\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P)\right)$$

The accelerating expansion: $\boldsymbol{w_{eff} = \frac{P}{\rho} < -\frac{1}{3}}$

In Fluid approximation without cosmolgical interaction among components,

$$\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + P_i) = 0 \qquad (\rho = \Sigma_i \rho_i \, , P = \Sigma_i P_i)$$

Form CMB/BBN/LSS, we have radiation (ρ_r, $P_r = \rho_r/3$), matter (ρ_m, $P_m = 0$), and

Dark Energy $\boldsymbol{\rho_{DE}}$, $\boldsymbol{P_{DE} = w_{DE}\,\rho_{DE}}$

Parameterizing Dark Energy

Something responsible for the current accelerating expansion of the Universe

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3}(\rho_r + \rho_m + \rho_{DE}), \qquad \dot{H} = -\frac{\kappa^2}{2}\left(\frac{4}{3}\rho_r + \rho_m + (1 + w_{DE})\rho_{DE}\right) \quad \left(\kappa^2 = 8\pi G = 1/M_P^2\right)$$

The accelerating expansion: $w_{eff} \approx \dfrac{w_{DE}\,\rho_{DE}}{\rho_{DE} + \rho_m} = w_{DE}\Omega_{DE} < -\dfrac{1}{3}$

where $\Omega_i = \rho_i/\rho_{tot}$

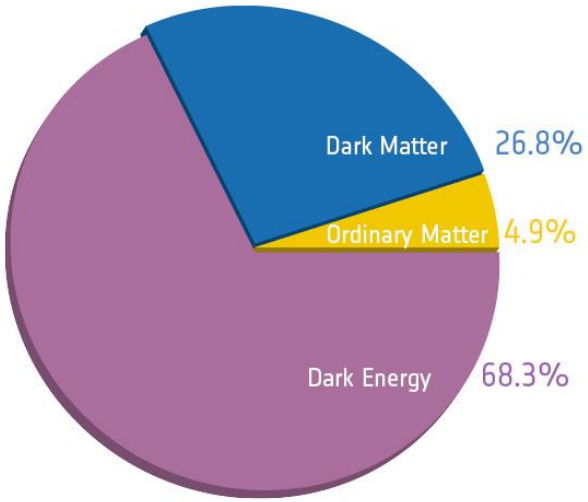
Parameterizing Dark Energy

Something responsible for the current accelerating expansion of the Universe

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3}(\rho_r + \rho_m + \rho_{DE}), \qquad \dot{H} = -\frac{\kappa^2}{2}\left(\frac{4}{3}\rho_r + \rho_m + (1 + w_{DE})\rho_{DE}\right) \qquad (\kappa^2 = 8\pi G = 1/M_P^2)$$

The accelerating expansion: $w_{eff} \approx \dfrac{w_{DE}\,\rho_{DE}}{\rho_{DE} + \rho_m} = w_{DE}\Omega_{DE} < -\dfrac{1}{3}$

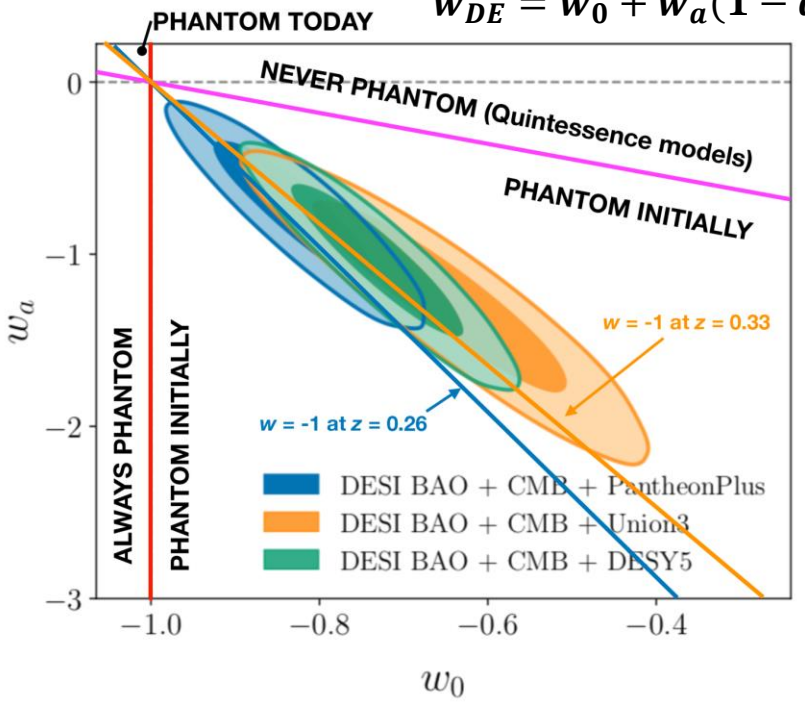
where $\Omega_i = \rho_i/\rho_{tot}$



$$\boldsymbol{\rho_{tot} = 3H_0^2M_P^2 \simeq \left(2.5 \times 10^{-3}\text{eV}\right)^4,}$$

$$\boldsymbol{H_0 \simeq 1.5 \times 10^{-33}\text{eV}}$$

$$\boldsymbol{w_{DE} = w_0 + w_a(1 - a)}$$



DESI 2024 VI arXiv:2404.03002 [astro-ph.CO]

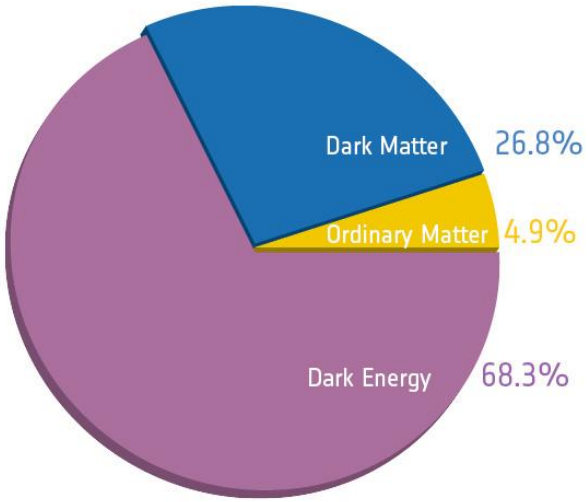
Parameterizing Dark Energy

Something responsible for the current accelerating expansion of the Universe

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3}(\rho_r + \rho_m + \rho_{DE}), \qquad \dot{H} = -\frac{\kappa^2}{2}\left(\frac{4}{3}\rho_r + \rho_m + (1 + w_{DE})\rho_{DE}\right) \qquad (\kappa^2 = 8\pi G = 1/M_P^2)$$

The accelerating expansion: $w_{eff} \approx \frac{w_{DE}\,\rho_{DE}}{\rho_{DE} + \rho_m} = w_{DE}\Omega_{DE} < -\frac{1}{3}$

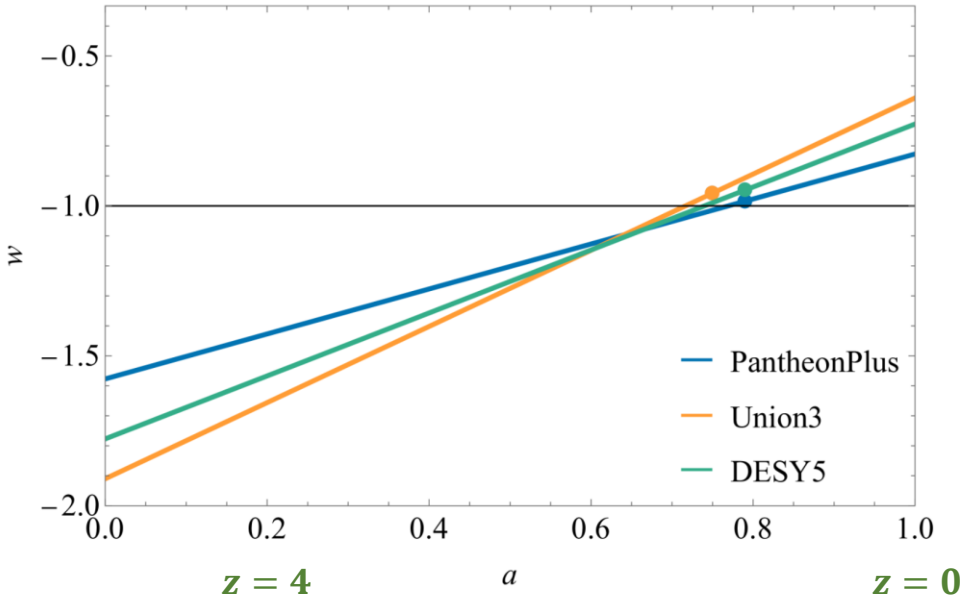
where $\Omega_i = \rho_i/\rho_{tot}$



$$\boldsymbol{\rho_{tot} = 3H_0^2M_P^2 = \left(2.5 \times 10^{-3}\text{eV}\right)^4,}$$

$$\boldsymbol{H_0 \simeq 1.5 \times 10^{-33}\text{eV}}$$

$$\boldsymbol{w_{DE} = w_0 + w_a(1 - a)}$$



From Liddle arXiv:2404.08056 [astro-ph.CO]

Still consistent with ΛCDM

암흑 에너지에 대한 근본적인 질문들

$$w_{DE} = \frac{P_{DE}}{\rho_{DE}} \simeq -1, \qquad \Omega_{DE} \simeq 2.3\Omega_m, \qquad \rho_{DE} \sim 10^{-120} M_P^4, \qquad H_0 \sim 10^{-33}\text{eV}$$

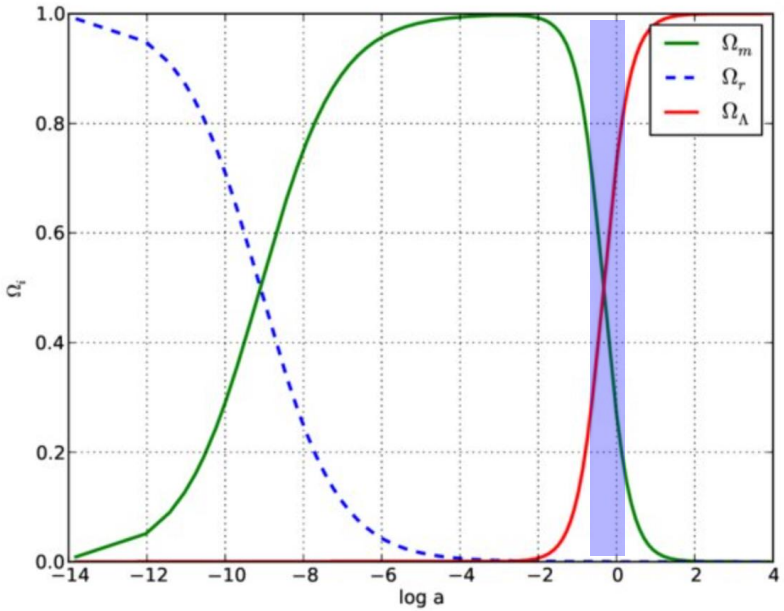
Fundamental Questions

* What is the microscopic origin of Dark Energy with $w_{DE} \sim -1$, $\rho_{DE} \sim 10^{-120} M_P^4$?

(e.g. **Radiation** = photon + neutrinos, **Matter** = baryon + dark matter, **Dark Energy** = ?)

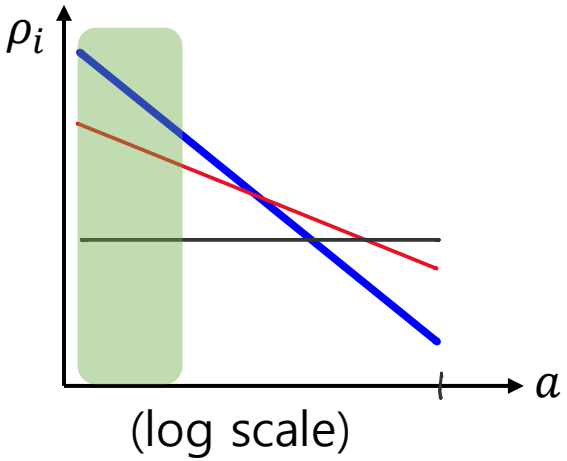
* Why is the dark energy density comparable in magnitude to the matter density **now**?

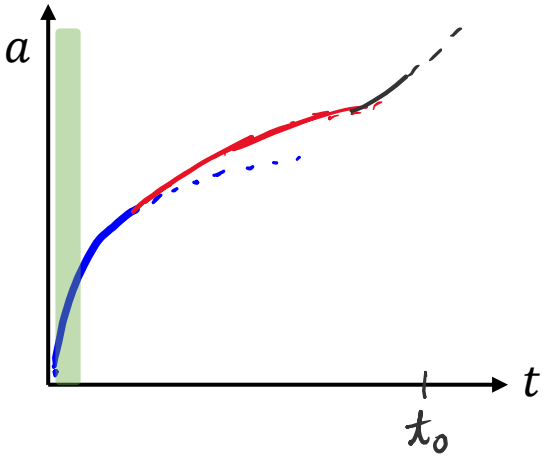
$$\frac{\rho_m}{\rho_{DE}} \propto \frac{1}{a^3}, \qquad \propto e^{-3H_0(t-t_0)} \text{ for } t > t_0$$

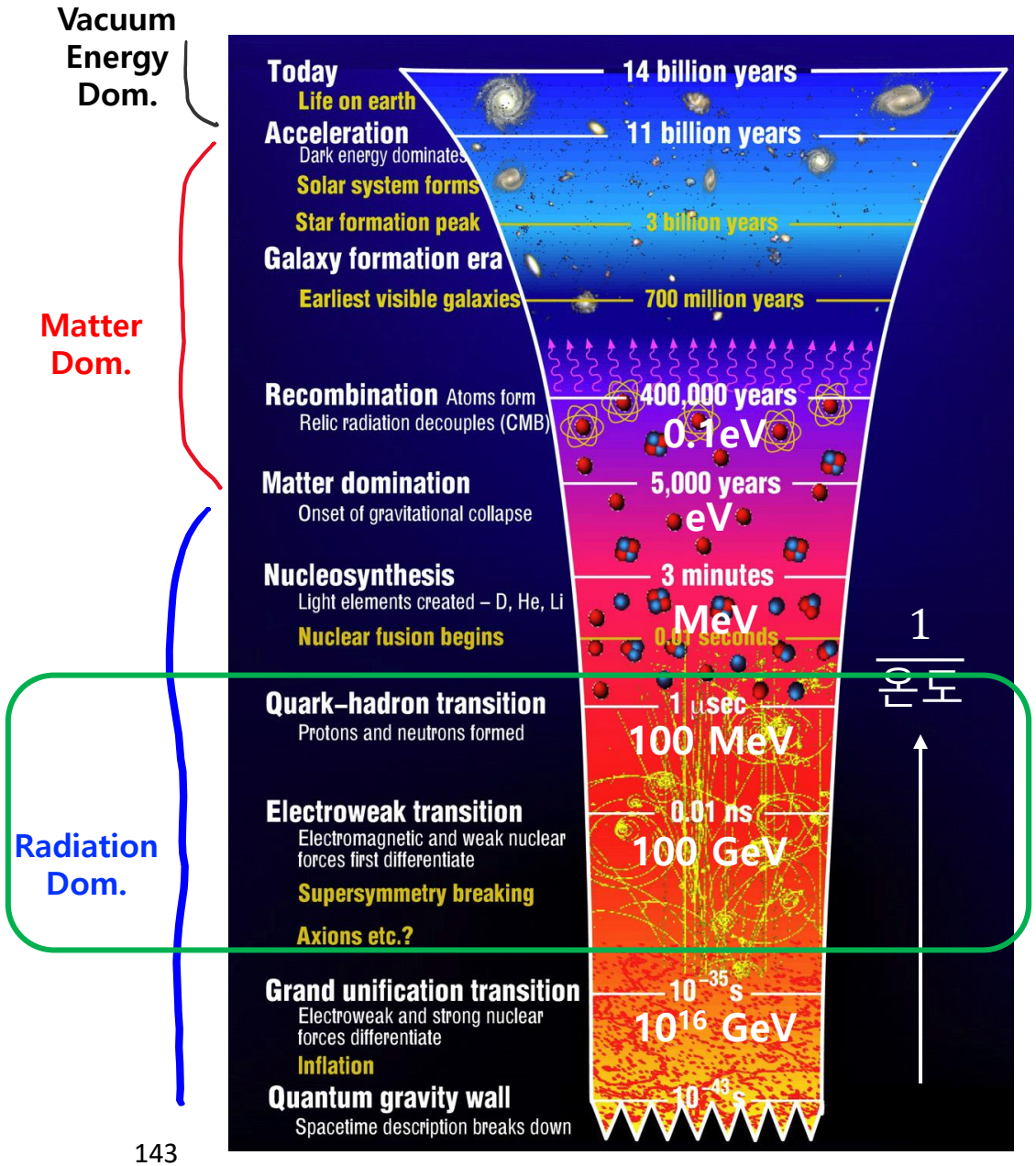


우주 탄생 후 뜨거운 우주의 시작 ~ 0.01초

초기 우주 팽창과 진화 : 우주의 근본적인 질문들에 대한 탐색







Big Questions

우주론에 대한 연구를 통해 입자물리학자들은 다음과 같은 근본적인 질문들을 던진다.

1) 입자와 반입자의 비대칭성은 우주 구조 형성에 필수적이다. 하지만 표준모형 만으로는 관측값을 도저히 설명할 수 없다. 과연 이 비대칭성은 어디서 오는 것일까?

Big Questions

우주론에 대한 연구를 통해 입자물리학자들은 다음과 같은 근본적인 질문들을 던진다.

1) 입자와 반입자의 비대칭성은 우주 구조 형성에 필수적이다. 하지만 표준모형 만으로는 관측값을 도저히 설명할 수 없다. 과연 이 비대칭성은 어디서 오는 것일까?

2) 암흑물질의 정체는 무엇인가?

Big Questions

우주론에 대한 연구를 통해 입자물리학자들은 다음과 같은 근본적인 질문들을 던진다.

1) 입자와 반입자의 비대칭성은 우주 구조 형성에 필수적이다. 하지만 표준모형 만으로는 관측값을 도저히 설명할 수 없다. 과연 이 비대칭성은 어디서 오는 것일까?

2) 암흑물질의 정체는 무엇인가?

3) 암흑에너지(진공에너지)의 값은 이론적으로 예측 가능한 값인가? 그리고 그 값은 자연스러운가?

Big Questions

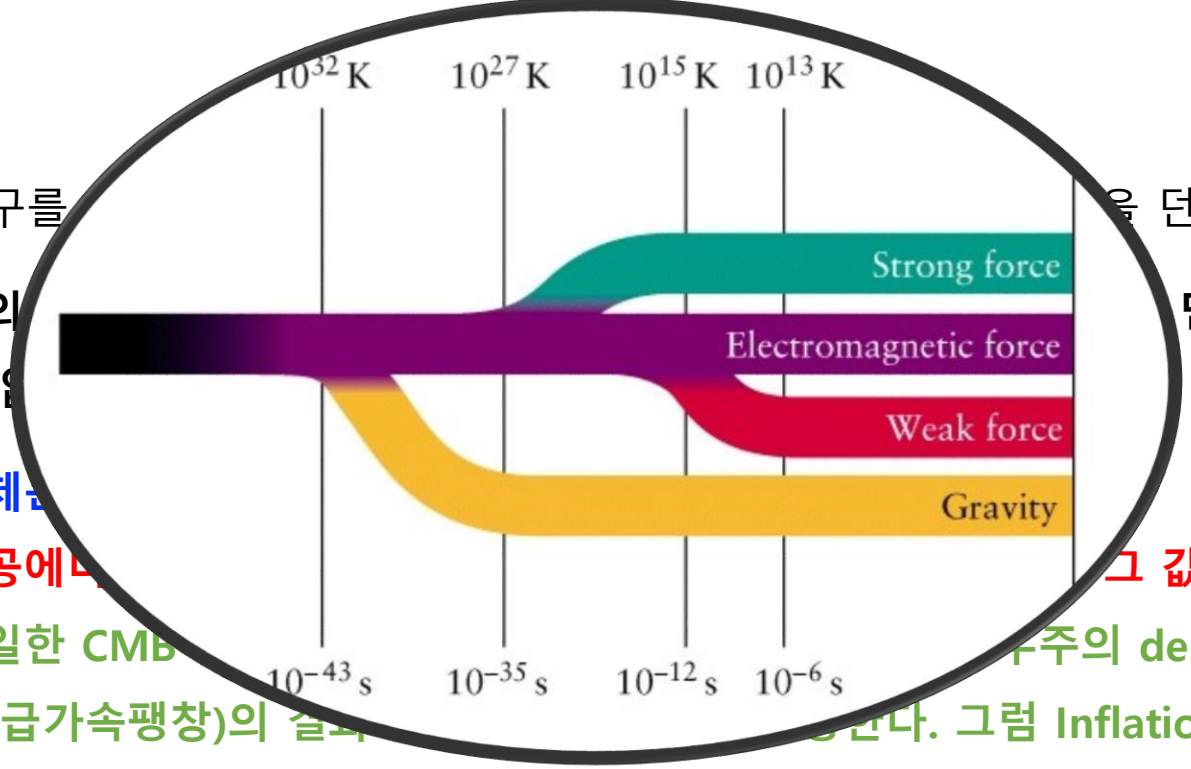
우주론에 대한 연구를 통해 입자물리학자들은 다음과 같은 근본적인 질문들을 던진다.

1) 입자와 반입자의 비대칭성은 우주 구조 형성에 필수적이다. 하지만 표준모형 만으로는 관측값을 도저히 설명할 수 없다. 과연 이 비대칭성은 어디서 오는 것일까?

2) 암흑물질의 정체는 무엇인가?

3) 암흑에너지(진공에너지)의 값은 이론적으로 예측 가능한 값인가? 그리고 그 값은 자연스러운가?

4) 등방적이고 균일한 CMB 와 Large Scale Structure 의 관측 결과는 우주의 density fluctuation 이 Inflation(원시 급가속팽창)의 결과라는 강력한 증거를 제공한다. 그럼 Inflation을 일으키는 입자 모형은 무엇인가?



우주론에 대한 연구를 을 던진다.

1) 입자와 반입자의 만으로는 관측값을 도저히 설명할 수 있

2) 암흑물질의 정체

3) 암흑에너지(진공에너 그 값은 자연스러운가?

4) 등방적이고 균일한 CMB 우주의 density fluctuation이 Inflation(원시 급가속팽창)의 실마 다. 그럼 Inflation을 일으키는 입자 모형은 무엇인가?

5) 표준 모형의 힘의 근본적인 기원은 무엇이고, 우주의 팽창으로 어떤 진화를 거치는가?

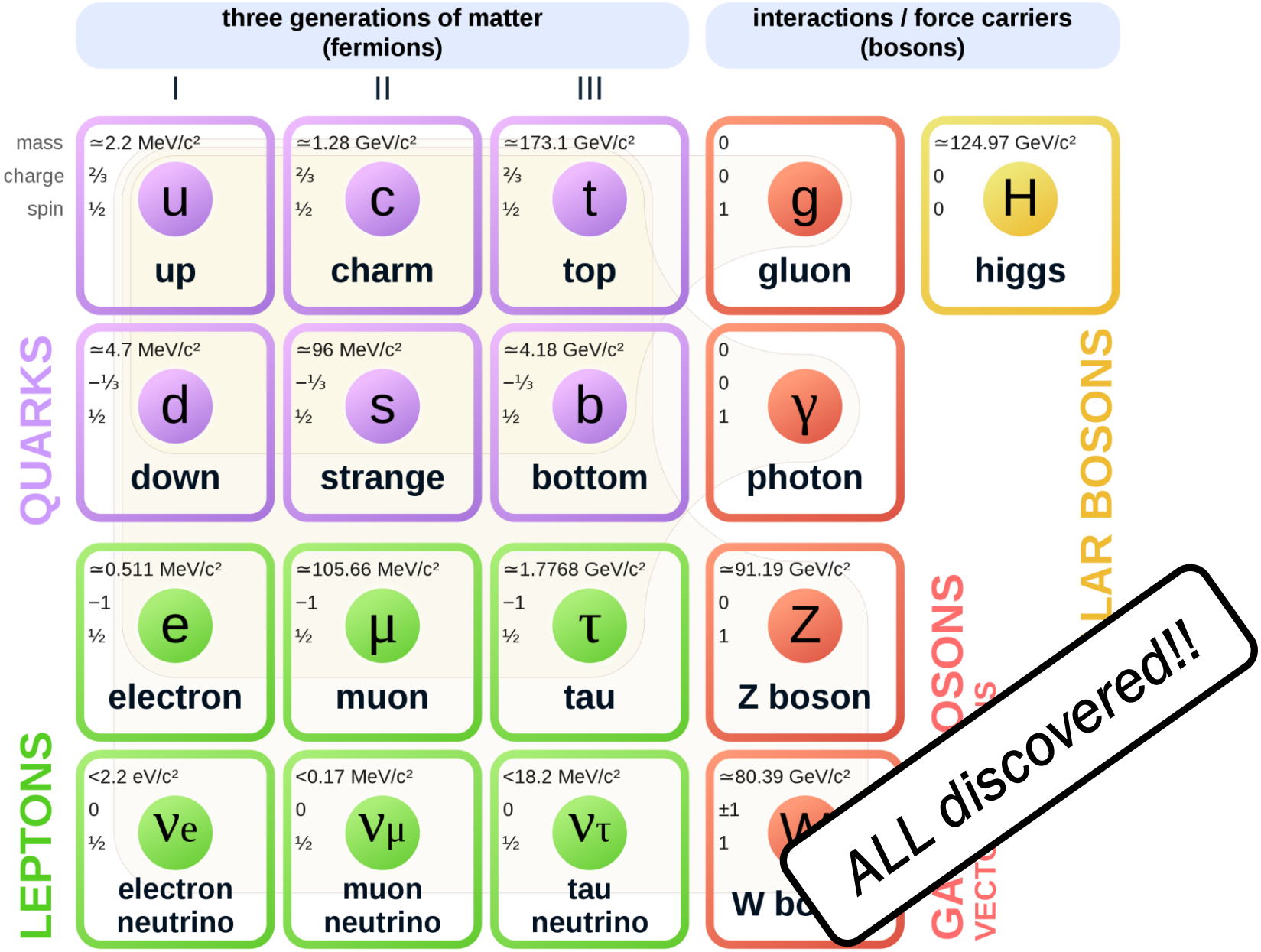
이러한 질문들을 탐구하면서 새로운 관측 결과를 예측함으로써 아주 작은 세계의 상호작용을 결정하는 기본법칙이 어떻게 아주 거대한 크기의 물리에 영향을 줄 수 있는지를 이해할 수 있다.

이 중 우리는 초기 우주의 흥미로운 과정 중 하나인 electroweak phase transition (전자기약 상전이)에 대해서 살펴보며 그 의미를 생각해보자.

Electroweak Phase Transition

(Cosmic Phase Transition)

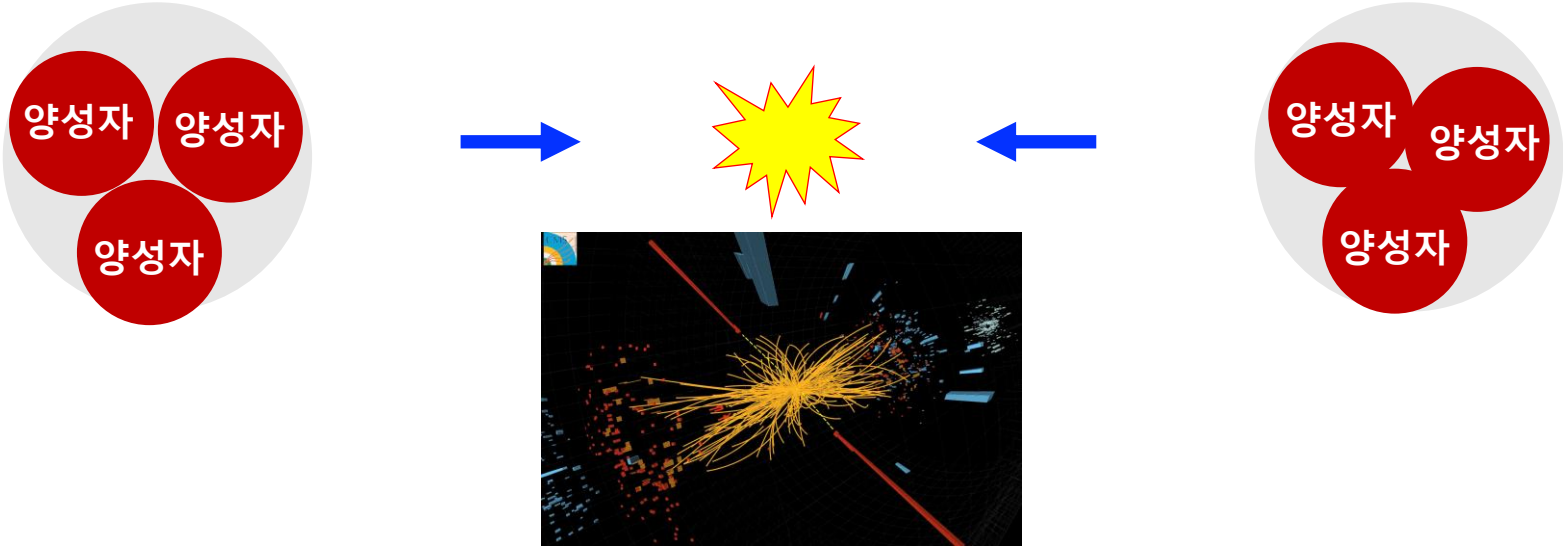
Standard Model of Elementary Particles



Large Hadron Collider (LHC)

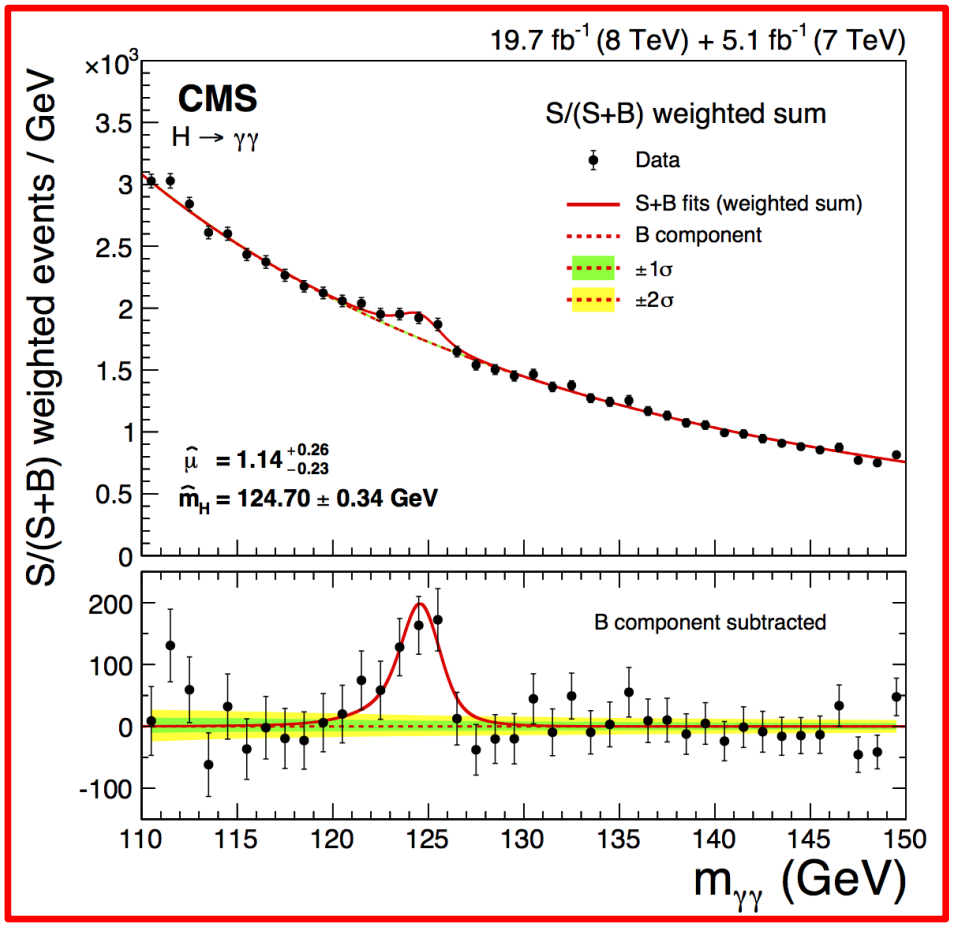
$(E_p = 7 \times 10^3 m_p c^2 = 7\ \mathrm{TeV})$

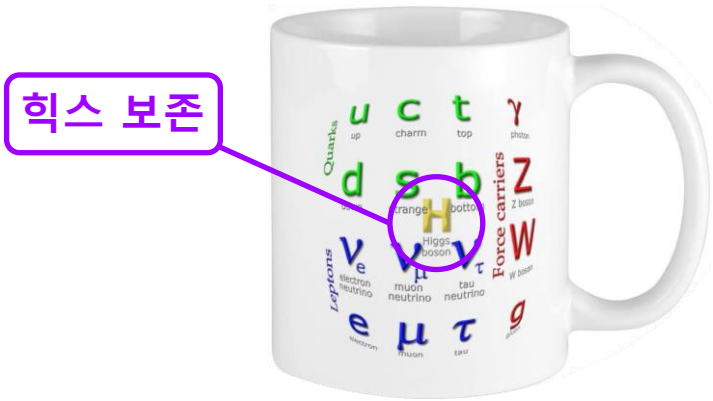




Large Hadron Collider (LHC)

$(E_p = 7 \times 10^3 m_p c^2 = 7\ \mathrm{TeV})$







힉스 입자의 발견: 표준 모형의 완성 (2012)

힉스 메커니즘 : Spontaneous breaking of gauge symmetry

전자 양성자 중성자 : 스핀 = ½, 광자 : 스핀 = 1

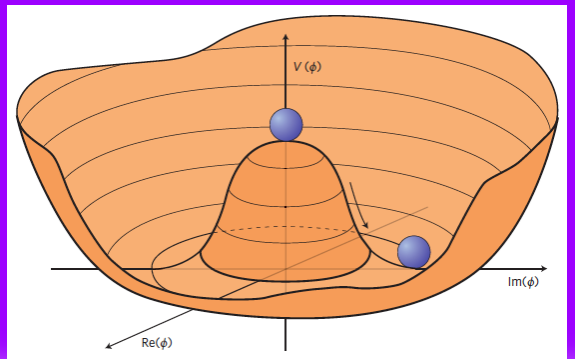


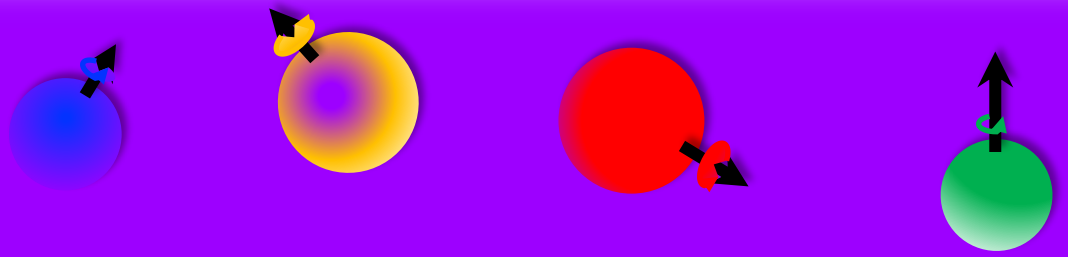
힉스는 스핀이 0 인 보존 입자(스칼라 입자, 혹은 스칼라 장)로서, 우주를 가득 채우는 영이 아닌 힉스장 (Higgs Field)의 기댓값으로 인해 **전자기약력이 전자기력과 약력으로 분리**가 되고, 표준 모형의 기본 입자들이 **힉스 기댓값에 비례하는 질량**을 얻는다. $m_i = y_i\phi$

힉스 보존

$$V(\phi) = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4$$

이를 electroweak gauge 대칭성의 자발적 붕괴라고 한다.

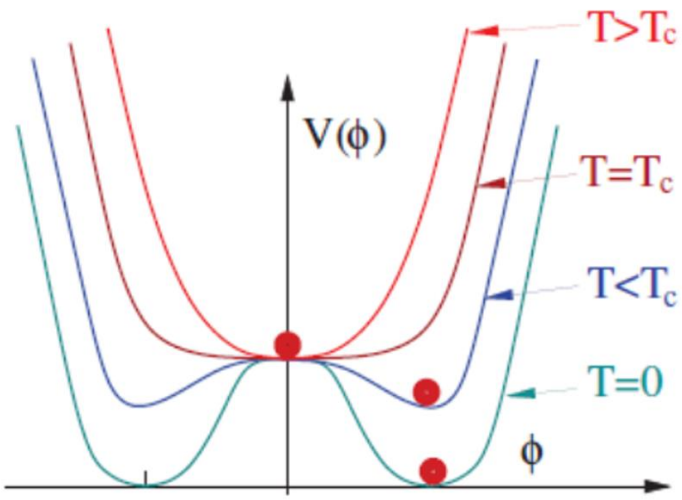


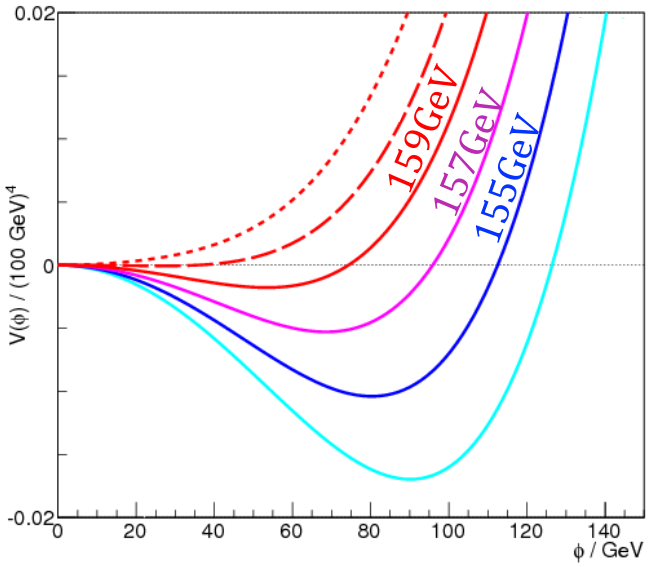


힉스장 (기본 입자에 "질량"을 부여)

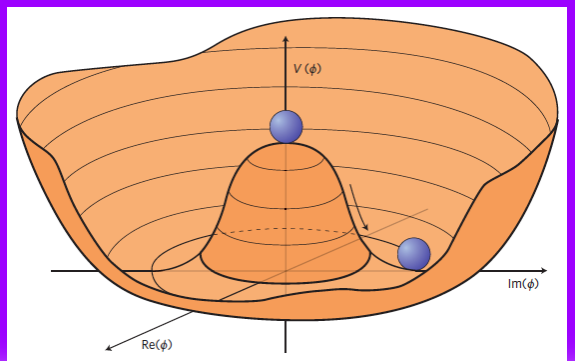
Electroweak Phase Transition

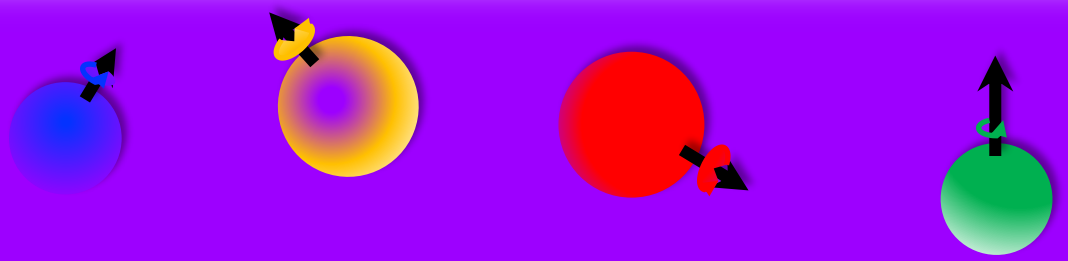
흥미롭게도 초기 우주 매우 뜨거운 상태에서는 $T \gg 100\,\mathrm{GeV}$, 현재 우주와 다르게, 전자기약 게이지 대칭성이 회복이 되고, 우주가 팽창하는 과정에서 대칭성이 있는 우주에서 대칭성이 깨진 우주로의 우주적 상전이가 발생한다. 이 과정을 어떻게 이해할 수 있을까?





$$V(\phi) = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4$$

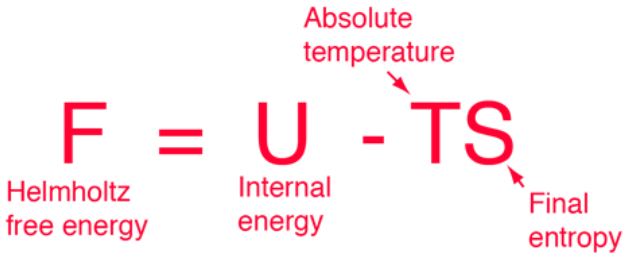




힉스장 (기본 입자에 "질량"을 부여)

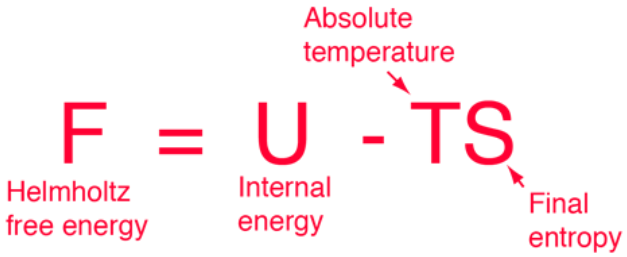
우주적 상전이

초기 우주 힉스장의 **열적 진화** 과정은 **팽창하는 우주에서의 열역학**을 바탕으로 한다. 각종 물질이 생성되고 변화하는 과정은 헬름홀츠 자유에너지 Helmoltz Free Energy 를 활용하여 이해할 수 있다. 각종 물질이 생성되고 변화하는 과정은 헬름홀츠 자유에너지 Helmoltz Free Energy 를 활용하여 이해할 수 있다.



우주적 상전이

초기 우주 힉스장의 **열적 진화** 과정은 **팽창하는 우주에서의 열역학**을 바탕으로 한다. 각종 물질이 생성되고 변화하는 과정은 헬름홀츠 자유에너지 Helmoltz Free Energy 를 활용하여 이해할 수 있다. 각종 물질이 생성되고 변화하는 과정은 헬름홀츠 자유에너지 Helmoltz Free Energy 를 활용하여 이해할 수 있다.



우주의 팽창이 우주의 열적 상호작용 보다 상대적으로 천천히 일어난다면 주어진 온도와 부피에 대 우주가 열평형상태에 도달하는 과정은 **자유에너지가 최소화되는 과정**이다.

$$dF < 0 \;\Rightarrow\; F \text{ is minimized}$$

이는 통계적으로 우주의 에너지를 최소화하려는 경향 $dU < 0$ 과 우주의 엔트로피를 증가하려는 경향 $dS > 0$ 모두를 반영한 결과이다. **따라서 우주가 열평형 상태에 있다면, 온도가 충분히 낮을 때는 에너지를 최소화하는 방향으로 진화하고, 온도가 충분히 높다면 엔트로피를 최대화하는 방향으로 진화해간다.**

우주적 상전이

시스템의 내부 에너지는 $U = TS - PV + \sum \mu_i N_i$ 에 대하여

$$F = U - TS + \sum \mu_i N_i = -PV + \sum \mu_i N_i$$

우주의 에너지 밀도와 자유 에너지 밀도는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\rho = \frac{U}{V} = Ts - P + \sum \mu_i n_i, \qquad f = \rho - Ts + \sum \mu_i n_i = -P + \sum \mu_i n_i$$

우주적 상전이

시스템의 내부 에너지는 $U = TS - PV + \sum \mu_i N_i$ 에 대하여

$$F = U - TS + \sum \mu_i N_i = -PV + \sum \mu_i N_i$$

우주의 에너지 밀도와 자유 에너지 밀도는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\rho = \frac{U}{V} = Ts - P + \sum \mu_i n_i, \qquad f = \rho - Ts + \sum \mu_i n_i = -P + \sum \mu_i n_i$$

주어진 온도 T 에서 질량이 m_i 인 입자의 자유 에너지 밀도를 계산해보자. 우선 입자들의 생성과 소멸이 매우 자유롭게 이뤄져서 $\mu_i = 0$ 이라 가정하자. 그럼 $f = -P = -\sum_i P_i$ 이다.

$$-P_i = -g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p^2}{3E_i} \left(\frac{1}{\exp(-E_i/T) \pm 1} \right), \qquad \text{where } E_i = \sqrt{m_i^2 + p^2}$$

즉 개별 입자의 자유에너지는 질량과 온도의 함수이다. $f_i = -P_i = f_i(m_i, T)$.

매우 높은 온도에서 개별입자의 자유 에너지는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{m_i \ll T : \quad f_i = -\frac{\pi^2 g_i}{90} T^4 + \frac{g_i m_i^2}{24} T^2 + \cdots (F)}, \qquad \boldsymbol{-\frac{7\pi^2 g_i}{720} T^4 + \frac{g_i m_i^2}{48} T^2 + \cdots (B)}$$

우주적 상전이

매우 높은 온도에서 개별입자의 자유 에너지는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{m_i \ll T}\ :\quad \boldsymbol{f_i = -\frac{\pi^2 g_i}{90}T^4 + \frac{g_i m_i^2}{24}T^2 + \cdots (F)}, \qquad \boldsymbol{-\frac{7\pi^2 g_i}{720}T^4 + \frac{g_i m_i^2}{48}T^2 + \cdots (B)}$$

이 때 힉스 입자에 의해 질량을 가지는 입자들은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$m_i = y_i \phi$$

우주적 상전이

매우 높은 온도에서 개별입자의 자유 에너지는 다음과 같다.

$$m_i \ll T \ : \quad f_i = -\frac{\pi^2 g_i}{90} T^4 + \frac{g_i m_i^2}{24} T^2 + \cdots (F), \qquad -\frac{7\pi^2 g_i}{720} T^4 + \frac{g_i m_i^2}{48} T^2 + \cdots (B)$$

이 때 힉스 입자에 의해 질량을 가지는 입자들은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$m_i = y_i \phi$$

이를 자유 에너지에 대입하면 힉스장의 기댓값에 의존하는 성분이 존재한다.

$$\sum f_i = \sum \frac{g_i \, y_i^2}{24} T^2 \, \phi^2 \ + \cdots \ = \frac{1}{2} \kappa^2 T^2 \phi^2 + \cdots$$

여기에 힉스장의 퍼텐셜 에너지를 더하면 힉스장에 의존하는 자유 에너지는 다음과 같다.

$$f(\phi, T) = V(\phi) + \sum f_i = \frac{1}{2}\left(\kappa^2 T^2 - m^2\right)\phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4 + \cdots$$

우주적 상전이

매우 높은 온도에서 개별입자의 자유 에너지는 다음과 같다.

$$m_i \ll T \ : \quad f_i = -\frac{\pi^2 g_i}{90} T^4 + \frac{g_i m_i^2}{24} T^2 + \cdots (F), \qquad -\frac{7\pi^2 g_i}{720} T^4 + \frac{g_i m_i^2}{48} T^2 + \cdots (B)$$

이 때 힉스 입자에 의해 질량을 가지는 입자들은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$m_i = y_i \phi$$

이를 자유 에너지에 대입하면 힉스장의 기댓값에 의존하는 성분이 존재한다.

$$\sum f_i = \sum \frac{g_i \, y_i^2}{24} T^2 \, \phi^2 \ + \cdots \ = \frac{1}{2} \kappa^2 T^2 \phi^2 + \cdots$$

여기에 힉스장의 퍼텐셜 에너지를 더하면 힉스장에 의존하는 자유 에너지는 다음과 같다.

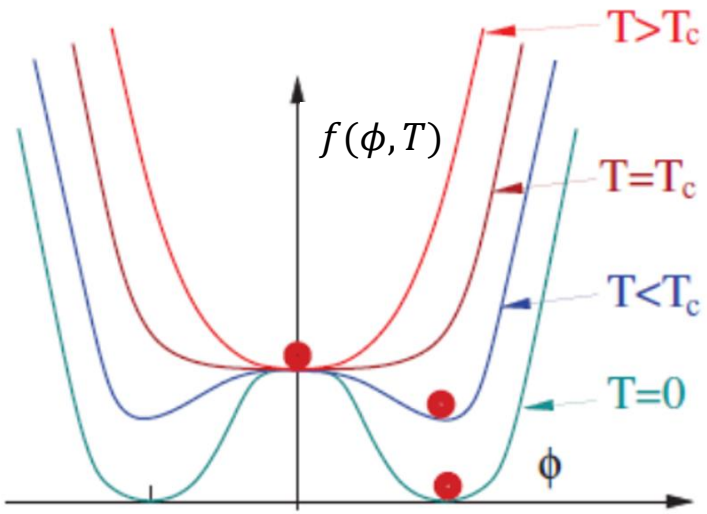
$$f(\phi, T) = V(\phi) + \sum f_i = \frac{1}{2}\left(\kappa^2 T^2 - m^2\right)\phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4 + \cdots$$

즉 온도가 매우 높을 때는 엔트로피의 최대화 경향이 강하여 $\phi \to 0$ 을 선호하지만, 온도가 충분히 떨어지면 힉스장 에너지의 최소화 경향이 강하여 $\phi \to v \neq 0$ 영이 아닌 기댓값을 선호하게 된다.

우주적 상전이

$$f(\phi,T)=\frac{1}{2}\left(\kappa^2T^2-m^2\right)\phi^2+\frac{\lambda}{4}\phi^4+\cdots$$

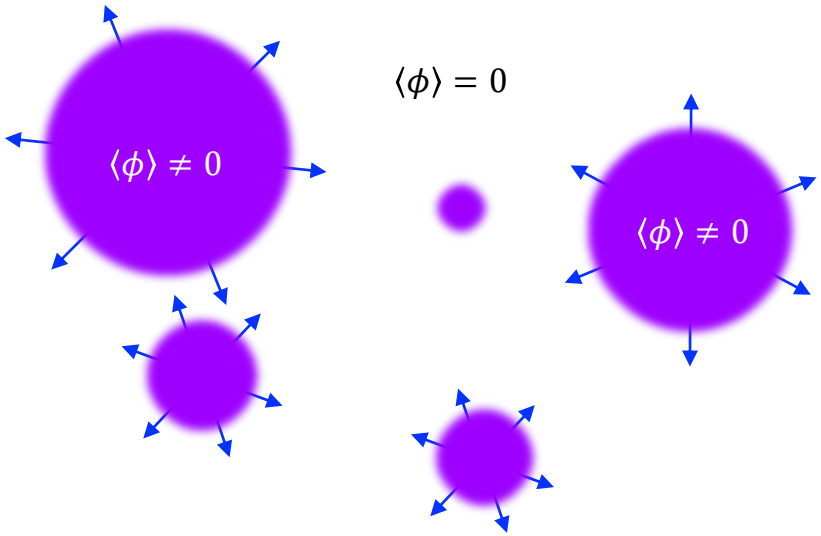
온도가 떨어짐에 따라 자유 에너지의 최소값을 주는 힉스장의 기댓값이 이동한다. 따라서 전자기약 게이지 대칭성은 이차 상전이 형태로 우주적 상전이를 거쳐 현재 상태에 도달하게 된다.

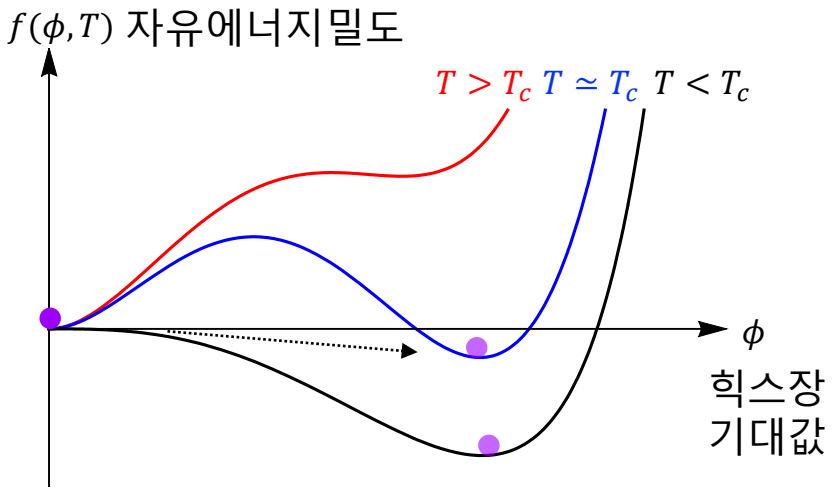


$$T_c=m/\kappa$$

First-order Phase Transition

만약 표준모형 너머 물리법칙에 의해 전자기약-상전이가 일차 상전이라면 어떻게 될까?





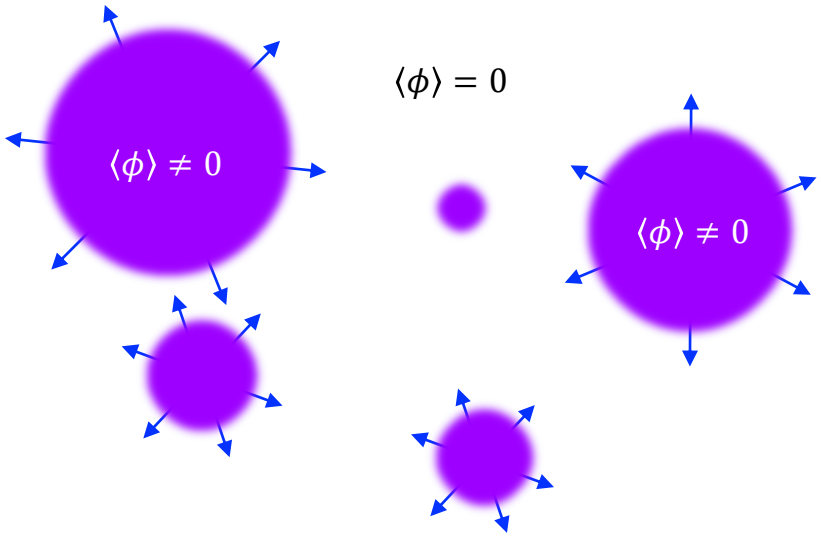
상전이 예) **수증기 → 이슬**



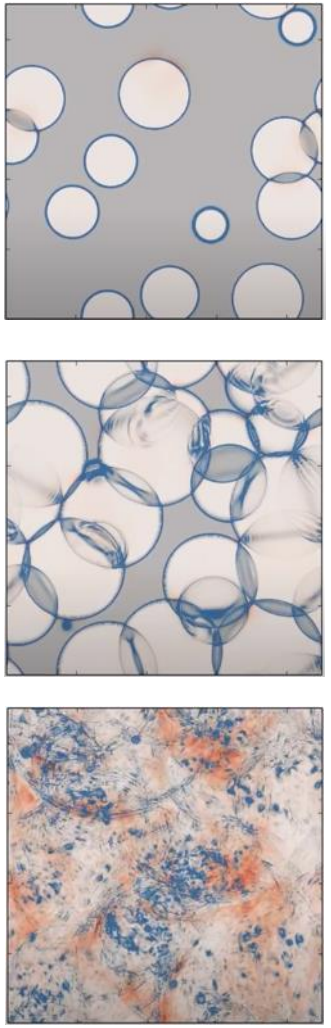
새벽에 이슬방울이 생기듯, 우주 전역에 상전이에 의한 버블들이 생성되고 팽창하게 된다!

First-order Phase Transition

만약 표준모형 너머 물리법칙에 의해 전자기약-상전이가 일차 상전이라면 어떻게 될까?



시간

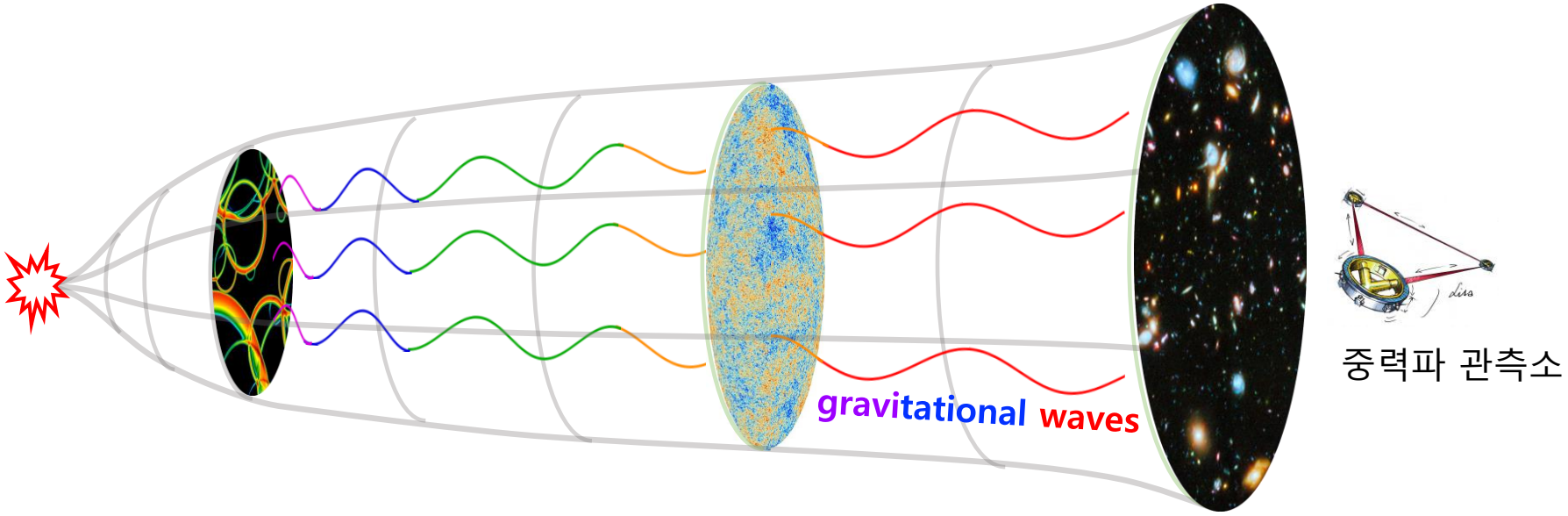


우주적 일차 상전이
→ 중력파 생성

새벽에 이슬방울이 생기듯, 우주 전역에 상전이에 의한 버블들이 생성되고 팽창하게 된다! 또한 팽창하는 버블들은 충돌하여 강한 중력파를 형성시킨다.

First-order Phase Transition

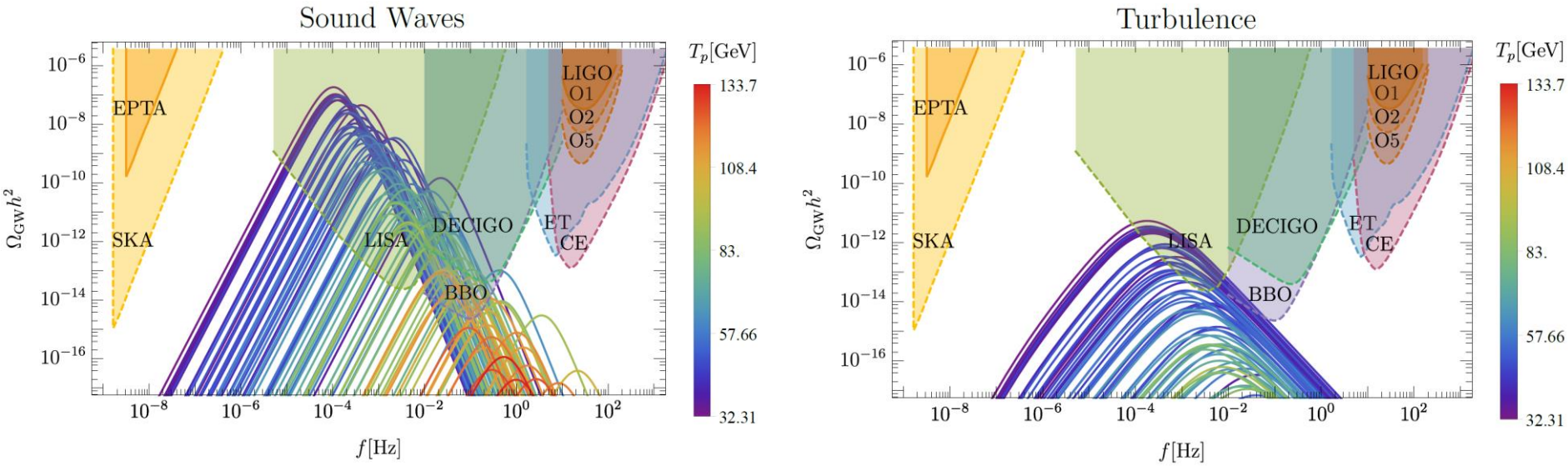
따라서 중력파의 관측은 **초기 우주의 전자기약 게이지 대칭성의 상전이 구조**에 대한 중요한 힌트를 제공할 수 있고 이는 또한 **우주의 물질-반물질 비대칭성에 대한 기원**을 탐색하도록 해준다.



2) 중력파의 관측을 통한
초기 우주의 진화에 대한 이해

First-order Phase Transition

따라서 중력파의 관측은 **초기 우주의 전자기약 게이지 대칭성의 상전이 구조**에 대한 중요한 힌트를 제공할 수 있고 이는 또한 **우주의 물질-반물질 비대칭성에 대한 기원**을 탐색하도록 해준다.



Beniwal, Lewicki, White, Williams 1810.02380

2) 중력파의 관측을 통한 초기 우주의 진화에 대한 이해

마무리하며

초기 우주에 대한 질문은 물질의 구조에 대한 매우 중요한 질문을 담고 있고, 많은 물리학자들이 이를 관측으로 검증하기 위해 노력하고 있다.

지금까지 논의한 내용 외에도 매우 흥미로운 초기 우주의 진화와 관련된 물리현상이 존재하고 이는 표준모형 너머 물리학 법칙에 대한 이해를 요구한다.

이를 바탕으로 우주의 물질에 대한 기원을 이해하고 검증하기 위한 노력은 멈추지 않을 것이다.

끝 감사합니다.

